

Aufgabe 25:

Berechnen Sie die Ableitungen von $\operatorname{arsinh}(x)$ und $\operatorname{arcosh}(x)$ auf zwei verschiedenen Wegen:

- (a) Per Ableitungsregel für Umkehrfunktionen, $(f^{-1}(x))' = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$
- (b) Unter Benutzung der logarithmischen Darstellungen aus **Ü20a**.

Aufgabe 26:

Differenzieren Sie die folgenden Funktionen (nach x):

- (a) b^x (wobei $b \in \mathbb{R}^+$)
- (b) x^a (wobei $a \in \mathbb{R}$)
- (c) $\log_b(x)$ (wobei $b \in \mathbb{R}^+$)
- (d) $\ln|f(x)|$
- (e) x^x
- (f) $[f(x)]^{g(x)}$

Aufgabe 27:

Erraten Sie jeweils eine Funktion $F(x)$ so, dass $F'(x) = f(x)$ für die folgenden $f(x)$ gilt:

- (a) $f(x) = x e^{-x^2}$
- (b) $f(x) = \sinh(x) \cosh(x)$
- (c) $f(x) = (2x + 3)^4$
- (d) $f(x) = x (x^2 + 3)^5$
- (e) $f(x) = \frac{x^2}{1-x^3}$
- (f) $f(x) = x \ln(x)$

Aufgabe 28: (*)

- (a) Können Sie folgende Grenzwerte mit Hilfe der Regel von l'Hospital berechnen?

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cosh(x)}{x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{P_n(x)} e^{-ax}$, mit $a > 0$, $P_n(x)$ Polynom vom Grad $n \in \mathbb{N}$

- (b) Zeigen Sie, dass Exponentialfunktion/Logarithmus für $x \rightarrow \infty$ schneller/langsamer wachsen als jede Potenz x^a mit $a \in \mathbb{R}^+$, also:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^a}{e^x} = 0 \quad , \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{x^a} = 0 \quad .$$