

Aufgabe 1:

Es seien folgende Mengen gegeben:

$$A := \{1, 2, 3, 5\}, \quad B := \{1, 4, 6\}, \quad C := \{-1, 2, 5\}, \quad M := [2, 6[, \quad N :=]3, 5[.$$

Geben Sie folgende Mengen an:

$$A \cup B, \quad A \cap B, \quad A \setminus B, \quad B \setminus A, \quad M \cap N, \quad M \cup N, \quad B \cap M, \quad N \cap C, \quad B \cap C, \quad B \times C.$$

Aufgabe 2:

Es seien folgende Abbildungen gegeben:

$$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad x \mapsto 2x + 1$$

$$g : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, \quad x \mapsto 2x + 1$$

$$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^2$$

$$k : [0, \infty[\rightarrow [0, \infty[, \quad x \mapsto x^2$$

Welche der Abbildungen ist injektiv, surjektiv oder bijektiv?

Aufgabe 3:

Seien A, B, C Mengen, und $f : A \rightarrow B$ sowie $g : B \rightarrow C$ Abbildungen. Man zeige, dass gilt:

(a) f, g injektiv $\Rightarrow g \circ f$ injektiv,

(b) $g \circ f$ injektiv, f surjektiv $\Rightarrow g$ injektiv.

(c) f, g bijektiv $\Rightarrow g \circ f$ bijektiv, und $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

Der Beweis kann sowohl anschaulich (per Skizze) als auch formal (mit symbolischer Argumentationskette) gegeben werden.

Aufgabe 4:

Sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ gegeben durch $(x, y, z) \mapsto (x - y, y - z, z - x)$.

Bestimmen Sie $f^{-1}(\{(0, -1, 1)\})$ und $f^{-1}(\{(1, 1, 2)\})$.

Ist f injektiv, surjektiv oder bijektiv?