Übungen zum Vorkurs Physik	**Blatt Nr. 20**	9.10.2009

Aufgabe 77: (*)

Die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & 0 & 5 \\ -2 & 1 & -1 & 2 & -6 \\ -1 & -1 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ hat den *Rang* 2,

denn die ersten beiden Zeilen sind linear unabhängig, und ihre Summe ergibt die dritte.

Können Sie den *Rang* von $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 & 3 \\ -1 & 6 & 9 & -2 \end{pmatrix}$ bestimmen?

Aufgabe 78: (*)

Finden Sie alle Lösungen $\vec{x} \in \mathbb{C}^3$ des Gleichungssystems $A\vec{x} = \vec{b}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} -1 & i & i \\ i & i & 2i+1 \\ 1 & -2 & 2i-1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} i-2 \\ 2i-1 \\ -1-2i \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 79: (*)

Bestimmen Sie die Inverse der Matrix $M = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Aufgabe 80: (*)

Seien $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & -7 & 0 \\ 3 & 2 & 8 & 9 & 13 \\ -3 & 4 & -2 & 9 & -1 \\ 2 & 3 & 7 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 5 & -1 & 8 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 13 \\ -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(a) Geben Sie alle Lösungen des homogenen Systems $A\vec{x} = \vec{0}$ an.

(b) Finden Sie alle Lösungen des inhomogenen Systems $A\vec{x} = \vec{b}$.

Viel Spass und Erfolg im Studium!

Übungen zum Vorkurs Physik	**Blatt Nr. 20**	Lösungsvorschlag

Aufgabe 77:

Rang=2, denn die ersten beiden Zeilen (nenne sie $\vec{z}_1$, $\vec{z}_2$) sind linear unabhängig (d.h. die Glg. $\vec{z}_1 + c\,\vec{z}_2 = 0$ hat keine Lösung c), und die dritte Zeile ergibt sich als Linearkombination der beiden anderen: $\vec{z}_3 = \vec{z}_1 - 2\,\vec{z}_2$.

Aufgabe 78:

Lösungen sind alle Geraden der Form $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 - x_3 \\ (1-i)(i - x_3) \\ x_3 \end{pmatrix}$ mit beliebigem $x_3 \in \mathbb{C}$.

[Warum sind nicht alle x_k eindeutig bestimmt?
Weil die Matrix nicht Rang 3, sondern Rang 2 hat: $3(1-i)\vec{z}_1 - (3+i)\vec{z}_2 + 2\vec{z}_3 = \vec{0}$.]

Aufgabe 79:

Die Inverse der angegebenen Matrix M ist $M^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$,

denn damit ist $M\,M^{-1} = \mathbb{1} = M^{-1}M$.

Aufgabe 80:

(a) Das homogene Gleichungssystem wird durch alle $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2x_3 \\ -x_3 \\ x_3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit beliebigem x_3 gelöst.

(b) Lösungen des inhomogenen Gleichungssystems sind alle $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 - 2x_3 \\ -1 - x_3 \\ x_3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit bel. x_3 .

[Hier ist der Grund für die Lösungsschar wieder lineare Abhängigkeit der Zeilen $\vec{z}_k$ von A: $18\vec{z}_1 + \vec{z}_2 + 13\vec{z}_3 = \vec{0}$.]