

**Aufgabe 49:**

(a) Seien  $z_1 = 2 - 8i$ ,  $z_2 = -9 + i$  und  $z_3 = -2i$ .

Berechnen Sie:  $z_1 + z_2 - z_3$ ,  $z_1 \cdot z_2^2$ ,  $\frac{z_1 + 2z_2}{z_3}$ ,  $\sqrt{z_2 + \frac{z_3}{2}}$ .

(b) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von

(b1)  $\frac{1}{1+i}$ ,  $\frac{(1+2i)^2}{2+3i}$

(b2)  $z^3$  für beliebiges  $z = a + ib \in \mathbb{C}$

(b3)  $\sqrt{z}$  für beliebiges  $z = a + ib \in \mathbb{C}$

**Aufgabe 50:**

Finden Sie die Lösungen  $x, y \in \mathbb{C}$  des Gleichungssystems  $ix + 3y = 1$ ,  $2x + iy = 2i$ .

**Aufgabe 51:**

Zeigen Sie für beliebige  $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ , dass

(a)  $(z_1 + z_2)^* = z_1^* + z_2^*$

(b)  $(z_1 \cdot z_2)^* = z_1^* \cdot z_2^*$

(c)  $(z^*)^* = z$

(d)  $z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow z^* = z$

(e)  $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^* = \frac{z_1^*}{z_2^*}$  für  $z_2 \neq 0$

**Aufgabe 52:**

Die Betragsfunktion ist definiert als  $|z| := \sqrt{z z^*} = \sqrt{[\operatorname{Re} z]^2 + [\operatorname{Im} z]^2}$ . Zeigen Sie

(a)  $|-z| = |z|$

(b)  $|z^*| = |z|$

(c)  $|z| \geq 0$

(d)  $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$

(e)  $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$