Übungen zum Vorkurs Physik	**Blatt Nr. 11**	28.9.2009

Aufgabe 41:

Bestimmen Sie die Taylorreihe um den Punkt x_0 für:
(a) $f_1(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k\, x^k\ ,\ \ n \in \mathbb{N}\ ,\ \ a_n \neq 0\ ;\ \ x_0 = 0$
(b) $f_2(x) = \exp(x)\ ,\ \ x_0$ beliebig
(c) $f_3(x) = \sinh(x)\ ,\ \ x_0 = 0$
(d) $f_4(x) = \frac{1}{x}\ ,\ \ x_0 = 1$
(e) $f_5(x) = \operatorname{artanh}(x)\ ,\ \ x_0 = 0$ [Hinweis: $\operatorname{artanh}(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ mit $|x| < 1$.]

Aufgabe 42:

(a) Berechnen Sie die Taylor-Entwicklung bis zur vierten Ordnung in x (um $x_0 = 0$) von

$$\sqrt{1+x} \quad \text{und} \quad \frac{1}{\sqrt{1+x}}\ .$$

(b) Die *relativistische Energie* eines Teilchens mit Ruhemasse m und Geschwindigkeit v ist

$$E(v) := \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\ ,$$

wobei $c \approx 3 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ die Lichtgeschwindigkeit ist. Diskutieren Sie mit Hilfe der Entwicklung aus (a) das Verhalten von $E(v)$ für Geschwindigkeiten, die klein im Vergleich zu c sind.

Aufgabe 43:

(a) Zeigen Sie, dass für $a \in \mathbb{R}$ und $|x| < 1$

$$(1+x)^a = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{a}{k} x^k \quad , \quad \text{wobei } \binom{a}{k} := \frac{\overbrace{a(a-1)\ldots(a-k+1)}^{k \text{ Stück}}}{k!}\ .$$

(b) Mit Hilfe von (a) können Sie übrigens nochmals mühelos **Ü42a** lösen.

Aufgabe 44: (*)

Wie erhält man aus **Ü43a** ..
(a) .. für $a \in \mathbb{N}$ die binomische Formel (vgl. **Ü9b**)?
(b) .. die geometrische Reihe (vgl. Kap. 1.4 bzw. **Ü41d**)?

- Raumänderung für die Vorlesung am Dienstag 29.9.: H6 → **H13**