Übungen zum Vorkurs Physik	**Blatt Nr. 08**	23.9.2009

Aufgabe 29:

Die unendliche Reihe $f(x) := \sum_{k=0}^{\infty} p_k \, e^{kx}$ sei für alle x nahe 0 konvergent.

(a) Drücken Sie die unendlichen Reihen $f_n := \sum_{k=0}^{\infty} k^n \, p_k$ durch Ableitungen von $f(x)$ aus.

[Dieses allgemeine Verfahren heisst *Summieren durch Differenzieren*.
Hier ist $f(x)$ die *erzeugende Funktion* der *n-ten Momente* f_n.]

(b) Bestimmen Sie $\sum_{k=0}^{n} k \, q^k$ für $q \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ [Vgl. **Ü9a**].

(c) Können Sie $\sum_{k=0}^{n} k^m$ für $m = 0, 1$ mit Hilfe der Regel von de l'Hospital berechnen?

[Idee: $k^m = \lim_{q \to 1} k^m q^k$, und weiter via **Ü9a** bzw **Ü29b**.]

Aufgabe 30:

Elementare Umformungen (z.B. Verschieben, Skalieren, Potenzreihe benutzen) und geometrisch–anschauliche Überlegungen (z.B. gerade/ungerade) reichen aus, um die Werte der folgenden Integrale zu bestimmen [Hauptsatz hier unrentabel].

$$J_1 = \int_0^4 dx \left(5 - 3\,|x-2| \right) \quad , \quad J_2 = \int_0^3 dx \left[1 + \ln\left(\frac{\sqrt{1+x^2}+1}{x} \right) + \ln\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} \right) \right]$$

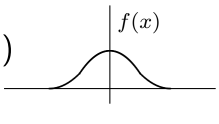
$$J_3 = \int_0^6 dx \left(\frac{1}{1+(x-4)^2} + \frac{(x-2)^2}{x^2-4x+5} \right) \quad , \quad J_4 = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_0^{15\,\varepsilon} dx \, \frac{x\,\cosh(x) - \sinh(x)}{\varepsilon\, x^3}$$

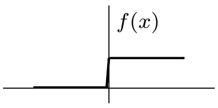
$$J_5 = \lim_{a \to \infty} \int_a^{a+2} dx \left(x\sqrt{4+x^2} - x^2 \right)$$

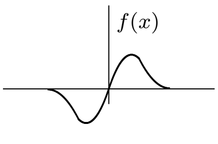
$$J_6 = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_0^{\varepsilon} dx \, \frac{2}{x\,\varepsilon^2} \left(\cosh(2x) - \sqrt{1 + 2\sqrt{6\,x\,\sinh(x) - 6x^2}} \right)$$

Aufgabe 31:

Skizzieren Sie zu den folgenden Funktionen $f(x)$ je eine Stammfunktion $F(x)$:
[Hinweis: Stammfunktion ist diejenige Funktion $F(x)$, welche $F'(x) = f(x)$ erfüllt.]

(a) 

(b) 

(c) 

Aufgabe 32:

Berechnen Sie folgende bestimmte Integrale (Stammfunktion raten und per Ableitung beweisen):
(a) $\int_0^a \mathrm{d}x \, \frac{1}{x^{1-a}}$ wobei $a > 1$
(b) $\int_0^1 \mathrm{d}x \, (1-x^2)^2$
(c) $\int_0^1 \mathrm{d}x \, \sqrt{1+2x}$
(d) $\int_{-a}^{a} \mathrm{d}x \, \sinh(bx)$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ [Nachdenken lohnt sich hier *vor* dem Rechnen]