Übungen zum Vorkurs Physik	**Blatt Nr. 07**	22.9.2009

Aufgabe 25:

Berechnen Sie die Ableitungen von $\mathrm{arsinh}(x)$ und $\mathrm{arcosh}(x)$ auf zwei verschiedenen Wegen:
(a) Per Ableitungsregel für Umkehrfunktionen, $(f^{-1}(x))' = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$
(b) Unter Benutzung der logarithmischen Darstellungen aus **Ü20a**.

Aufgabe 26:

Differenzieren Sie die folgenden Funktionen (nach x):
(a) b^x (wobei $b \in \mathbb{R}^+$)
(b) x^a (wobei $a \in \mathbb{R}$)
(c) $\log_b(x)$ (wobei $b \in \mathbb{R}^+$)
(d) $\ln|f(x)|$
(e) x^x
(f) $[f(x)]^{g(x)}$

Aufgabe 27:

Erraten Sie jeweils eine Funktion $F(x)$ so, dass $F'(x) = f(x)$ für die folgenden $f(x)$ gilt:
(a) $f(x) = x\, e^{-x^2}$
(b) $f(x) = \sinh(x)\, \cosh(x)$
(c) $f(x) = (2x+3)^4$
(d) $f(x) = x\,(x^2+3)^5$
(e) $f(x) = \frac{x^2}{1-x^3}$
(f) $f(x) = x\ln(x)$

Aufgabe 28: (*)

(a) Können Sie folgende Grenzwerte mit Hilfe der Regel von l'Hospital berechnen?
  (a) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1-x}{x^2}$
  (b) $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cosh(x)}{x}$
  (c) $\lim_{x\to\infty} P_n(x)\, e^{-ax}$, mit $a > 0$, $P_n(x)$ Polynom vom Grad $n \in \mathbb{N}$
(b) Zeigen Sie, dass Exponentialfunktion/Logarithmus für $x \to \infty$ schneller/langsamer wachsen als jede Potenz x^a mit $a \in \mathbb{R}^+$, also:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^a}{e^x} = 0 \quad , \quad \lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x)}{x^a} = 0 \quad .$$