Übungen zum Vorkurs Physik	**Blatt Nr. 05**	18.9.2009

Aufgabe 17:

Die allgemeine Logarithmusfunktion ist über den natürlichen Logarithmus definiert als Abbildung von $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ durch $\log_b(x) := \frac{\ln(x)}{\ln(b)}$. Zeigen Sie für $b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ und $x, y \in \mathbb{R}^+$ sowie $z \in \mathbb{R}$:

(a) $\log_b(xy) = \log_b(x) + \log_b(y)$

(b) $\log_b(x^z) = z \log_b(x)$

(c) $b^{\log_b(x)} = x$

(d) $\log_b(b^z) = z$

(e) $\log_b(\frac{1}{x}) = -\log_b(x)$

(f) $\log_b(1) = 0$

(g) $\log_b(b) = 1$

[Hinweis: Benutzen Sie dazu die Funktionalgleichungen $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$ und $\ln(x^y) = y \ln(x)$.]

Aufgabe 18:

(a) Können Sie $\log_2(8)$, $\log_3(81)$, $\log_5(5^n)$ berechnen?

(b) Wie löst man die Gleichung $9 \cdot 3^{(x^2)} = 27^x$ nach x auf?

Aufgabe 19:

(a) Schreiben Sie a^x als Potenz von b.

(b) Drücken Sie $\log_a(x)$ mit Hilfe des Logarithmus zur Basis b aus.

Aufgabe 20: (*)

(a) Zeigen Sie, dass die Umkehrfunktionen der hyperbolischen Funktionen (vgl. **Ü16**) gegeben sind durch

(a1) $\operatorname{arsinh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ (area sinus hyperbolicus)

[Hinweis: auf beiden Seiten der Gleichung $\sinh$ anwenden]

(a2) $\operatorname{arcosh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$ (area cosinus hyperbolicus)

(b) Auf welchen Intervallen sind diese Funktionen definiert?

(c) Skizzieren Sie die Graphen dieser Funktionen.