

Aufgabe 13:

Skizzieren Sie einige der folgenden Funktionsgraphen:

$$f_1(x) = -2x - 2, \quad f_2(x) = |x| + x, \quad f_3(x) = x^3, \quad f_4(x) = x^4,$$

$$f_5(x) = \frac{1}{x-1}, \quad f_6(x) = \frac{1}{1+x^2} \quad \text{Lorentz-Kurve},$$

$$f_7(x) = \frac{1}{\exp(x) + 1} \quad \text{Fermi-Dirac-Verteilung},$$

$$f_8(x) = \exp(-(x-a)^2), \quad a \in \mathbb{R} \quad \text{Gauss-Verteilung}.$$

Aufgabe 14:

(a) Welche Funktionen aus **Ü13** sind gerade bzw. ungerade?

(b) Zeigen Sie: Jede Funktion lässt sich als $f(x) = f_g(x) + f_u(x)$ schreiben, wobei f_g/u gerade/ungerade ist.

(c) Was sind f_g und f_u für $f(x) = \exp(x)$?

Aufgabe 15:

Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x) = ax + b$ für beliebige $a, b \in \mathbb{R}$ stetig auf ganz \mathbb{R} ist.

[Hinweis: ε - δ -Definition benutzen.]

Aufgabe 16: (*)

Die sogenannten *hyperbolischen Funktionen* sind definiert durch

$$\sinh(x) := \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{2} \quad (\text{sinus hyperbolicus})$$

$$\cosh(x) := \frac{\exp(x) + \exp(-x)}{2} \quad (\text{cosinus hyperbolicus})$$

(a) Skizzieren Sie die Funktionsgraphen. [z.B. Funktionswert für einige Argumente x berechnen, g/u ausnutzen; oder $\exp(\pm x)$ skizzieren, Summe und Differenz per Hand.]

(b) Können Sie die Potenzreihen von $\sinh(x)$ und $\cosh(x)$ angeben?

(c) Beweisen Sie $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$ ("Pythagoras für hyperbolische Funktionen").

[Hinweis: $\exp(x+y) = \exp(x) \cdot \exp(y)$ verwenden.]