

**Aufgabe 23:** Feynman-Diagramme

Betrachten Sie eine Theorie mit  $\hat{\mathcal{L}}_I \equiv g \hat{\phi}_A \hat{\phi}_B \hat{\phi}_C$ . Es gelte  $m_A > m_B + m_C$ , so dass der Zerfall  $A \rightarrow B + C$  kinematisch erlaubt ist. Zeichnen Sie die Feynman-Diagramme der Ordnungen  $\mathcal{O}(g)$ ,  $\mathcal{O}(g^2)$  sowie  $\mathcal{O}(g^3)$  für diesen Prozess.

**Aufgabe 24:** Amplituden in der Quantenelektrodynamik

Die Quantenelektrodynamik (QED) ist definiert durch  $\hat{\mathcal{L}}_I \equiv e \hat{\psi} \gamma^\mu \hat{A}_\mu \hat{\psi}$ , da dieser Term den Positron-Photon-Elektron-Vertex festlegt.

(a) Können Sie in der QED die Amplitude  $\mathcal{M}$  für Møller-Streuung, also den Prozess

$$e^-(\mathbf{q}_A, s_3) + e^-(\mathbf{q}_B, s_4) \rightarrow e^-(\mathbf{p}_1, s_1) + e^-(\mathbf{p}_2, s_2),$$

durch die Spinoren  $\bar{u}(\mathbf{p}_1, s_1)$ ,  $\bar{u}(\mathbf{p}_2, s_2)$ ,  $u(\mathbf{q}_A, s_3)$  und  $u(\mathbf{q}_B, s_4)$  ausdrücken ?

(b) Können Sie in der QED die Amplitude  $\mathcal{M}$  für Bhabha-Streuung, also den Prozess

$$e^-(\mathbf{q}_A, s_3) + e^+(\mathbf{q}_B, s_4) \rightarrow e^-(\mathbf{p}_1, s_1) + e^+(\mathbf{p}_2, s_2),$$

durch die Spinoren  $\bar{u}(\mathbf{p}_1, s_1)$ ,  $u(\mathbf{q}_A, s_3)$ ,  $\bar{v}(\mathbf{q}_B, s_4)$  und  $v(\mathbf{p}_2, s_2)$  ausdrücken ?

**Aufgabe 25:** Spuren von Gamma-Matrizen

Zeigen Sie, ausgehend von  $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$ , dass:

(a)  $\text{Sp}[\gamma^\mu \gamma^\nu] = 4g^{\mu\nu}$  ,

(b)  $\text{Sp}[\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho] = 0$  ,

(c)  $\text{Sp}[\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma] = 4(g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho})$  ,

(d) Die Spur einer *ungeraden* Anzahl von  $\gamma$ -Matrizen ist Null.

**Aufgabe 26:** Kontraktionen von Gamma-Matrizen

Zeigen Sie, ausgehend von  $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$ , dass:

(a)  $\gamma_\mu \gamma^\mu = 4$  ,

(b)  $\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\mu = -2\gamma^\nu$  ,

(c)  $\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\mu = 4g^{\nu\rho}$  .