

9. Zusammenfassung SM

lokale Eichtheorie, $SU(3)_{\text{color}} \times SU(2)_L \times U(1)_Y \leftarrow$ Hyperladung

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{L}}_{SM} &= \hat{\mathcal{L}}_{\text{stark}} + \hat{\mathcal{L}}_{\text{elektroschwach}} \\ &= \hat{\mathcal{L}}_{\text{stark}} + \hat{\mathcal{L}}_{\text{Eich}} + \hat{\mathcal{L}}_{\text{Higgs}} + \hat{\mathcal{L}}_{\text{Fer}} + \hat{\mathcal{L}}_{\text{Yukawa}} \quad (\text{vgl. S. 76}) \end{aligned}$$

① $\mathcal{L}_{\text{stark}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + \sum_q \bar{q}_\alpha i \gamma^\mu [\partial_\mu \delta_{\alpha\beta} + \frac{ig_s}{2} \lambda_{\alpha\beta}^a G_\mu^a] q_\beta$

QCD
SU(3)

starke Eichkopplung

$q \in \{u, c, t\}$
 $q \in \{d, s, b\}$ Farbe: $\alpha \in \{r, b, g\}$

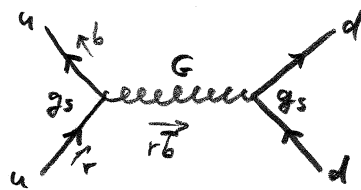
Gluonfelder, $a = 1 \dots 8 \in \mathbb{Z}_8$

(Gluon-)Feldstärke tensor, $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - g_s \underbrace{f^{abc}}_{\text{Zahlen, s.a.}} G_\mu^b G_\nu^c$

SU(3) Matrizen $\lambda^{1..3} = \begin{pmatrix} \sigma^{1..3} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\lambda^{4,5} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^{1,2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\lambda^{6..7} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^{1,2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\lambda^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, $[\lambda^a, \lambda^b] = 2i f^{abc} \lambda^c$

z.B.



Farbladung der Quarks geändert

Wie ist diagonal in Quark = (Massen-) Eigenzuständen

Kopplung $\alpha_s \equiv \frac{g_s^2}{4\pi}$



(vgl. Ü 31)

② $\mathcal{L}_{\text{Eich}} = -\frac{1}{4} \underbrace{A_{\mu\nu}^i A^{i\mu\nu}}_{\substack{\uparrow \\ = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i - g_{\mu\nu} \varepsilon^{ijk} A_j^i A_k^i}} - \frac{1}{4} \underbrace{B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}}_{\substack{\uparrow \\ = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu}}$

Struktur: $[A^2, A^3, A^4]$

$\uparrow$ $U(1)$ Eichfeld

$\uparrow$ $SU(2)$ Eichfeld, $i=1..3$ ($\uparrow$ $SU(2)$ Eichkopplung)

(später: $B + A^3$ mischen in γ, Z^0)

③ $\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (\underbrace{D_\mu \Phi}^{\substack{\uparrow \\ = \partial_\mu - \frac{i g_Y}{2} \sigma^i A_\mu^i - i g_Y Q_Y B_\mu}})^{\dagger} (D^\mu \Phi) - V(\Phi)$, $\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$ komplexes Skalarfeld

$[A^2, A^2 H, H^2, H^3, H^4]$

$\uparrow$ Hyperladung; $Q_Y = -\frac{1}{2}$ für Φ

$\uparrow$ $U(1)$ Eichkopplung

Higgs-Potential $V(\Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2$

$\mu^2 > 0, \lambda > 0 \Rightarrow \text{SSB}$

④ $\mathcal{L}_{\text{fer}} = \sum_{i=1}^3 \left\{ \begin{aligned} &\bar{Q}'_{iL} i \gamma^\mu \left[\partial_\mu - \frac{i g_Y}{2} \vec{\sigma} \vec{A}_\mu - i g_Y \left(-\frac{1}{6}\right) B_\mu \right] Q'_{iL} \\ &+ \bar{L}'_{iL} i \gamma^\mu \left[\partial_\mu - \frac{i g_Y}{2} \vec{\sigma} \vec{A}_\mu - i g_Y \left(\frac{1}{2}\right) B_\mu \right] L'_{iL} \\ &+ \sum_{\ell_i} \bar{\ell}''_{iR} i \gamma^\mu \left[\partial_\mu - i g_Y Q_Y^{\ell_i} B_\mu \right] \ell''_{iR} \end{aligned} \right\}$

$[f^2, f^2 A]$ Generatoren

$\uparrow$ $\ell_i \in \{u_i, d_i, e_i, \nu_i\}$; $Q_Y^{\ell_i} = \{-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 1, 0\}$

mit $Q'_{iL} = \begin{pmatrix} u_i' \\ d_i' \end{pmatrix}_L$, $L'_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_i' \\ e_i' \end{pmatrix}_L$

Quanten-Farb-Indizes haben unterschiede: Ab_3 dreifach $\Rightarrow \sum_{\alpha}$

⑤ $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = - \sum_{ij=1}^3 \left\{ \begin{aligned} &\tau_{ij}^u \bar{Q}'_{iL} \tilde{\Phi} u''_{jR} + \tau_{ij}^d \bar{Q}'_{iL} \Phi d''_{jR} \\ &+ \left(\tau_{ij}^{\nu} \bar{L}'_{iL} \tilde{\Phi} \nu''_{jR} \right) + \tau_{ij}^e \bar{L}'_{iL} \Phi e''_{jR} \end{aligned} \right\} + \text{h.c.}$

$[f^2, f^2 H]$ Generatoren

mit $\tilde{\Phi} = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ \phi^{+*} \end{pmatrix} = i \sigma^2 \Phi^*$

$\mathcal{L}_{SM}$ ist nun spezifiziert.

müssen nun etwas "Buchhaltung" betreiben:

SSB im Higgs-Sektor $\rightarrow$ Massenform

Identifikation der Higgs-Eigenzustände $\rightarrow$ Mischungswinkel

Erinnerung: (S. 5.71) SSB,  , $\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 + \phi_2 + i\phi_1 \\ v + \phi_0 - i\phi_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\phi_2}{v}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \phi_0 \end{pmatrix}$
 $\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}$ "unitäre Eichung"

$$\textcircled{3}' \Rightarrow \mathcal{L}_{Higgs} = m_W^2 W^{\mu\nu} W_{\mu\nu} \left(1 + \frac{H}{v}\right)^2 + \frac{1}{2} m_Z^2 Z^{\mu\nu} Z_{\mu\nu} \left(1 + \frac{H}{v}\right)^2 + 0 \cdot Q^{\mu\nu} Q_{\mu\nu} \\ + \frac{1}{2} (\partial_\mu H)(\partial^\mu H) - \left[-\frac{1}{4} \lambda v^4 + \frac{1}{2} m_H^2 H^2 + \lambda v H^3 + \frac{1}{4} H^4 \right]$$

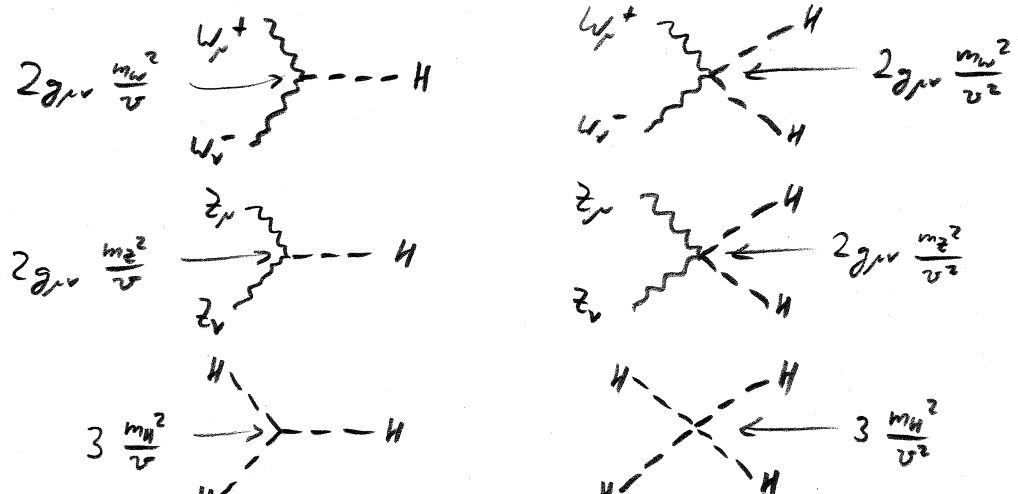
(Minimum des Higgs-Potentials. Konstante.
 irrelevant zu SM; problematisch mit Gravitation!
 ("kosmologische Konstante", aber viel größer
 und mit anderen Vorzeichen als beobachtet))

wobei $W^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (A' \mp iA'') , Z \equiv \sin(\theta_W) B + \cos(\theta_W) A'$
 Photon $Q \equiv \cos(\theta_W) B - \sin(\theta_W) A'$

Schwacher Mischungswinkel $\tan(\theta_W) = \frac{g_Y}{g_W} \Rightarrow \sin^2 \theta_W = 1 - \frac{m_W^2}{m_Z^2}$

$m_W \equiv \frac{g_W v}{2} , m_Z \equiv \frac{\sqrt{g_W^2 + g_Y^2} v}{2} = \frac{m_W}{\cos(\theta_W)}$

bzw.



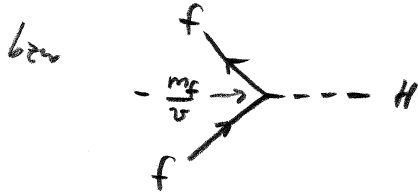
$2g_{\mu\nu} \frac{m_W^2}{v}$
 $2g_{\mu\nu} \frac{m_Z^2}{v}$
 $3 \frac{m_H^2}{v}$
 $2g_{\mu\nu} \frac{m_W^2}{v^2}$
 $2g_{\mu\nu} \frac{m_Z^2}{v^2}$
 $3 \frac{m_H^2}{v^2}$

⑤' $\Rightarrow \mathcal{L}_{\text{Feynman}} = - \sum_f m_f \bar{\psi}_f \psi_f \left(1 + \frac{H}{v}\right)$

↑
Fermionen

↑
Higgs-Eigenzustände der Fermionen

Erinnerung: benötigt werden 3×3 Mischungsmatrizen zur Diagonalisierung, vgl. S. 73/74



Fermionen koppeln an Higgs mit Stärke $\frac{m_f}{v} = \frac{g_W m_f}{2m_W}$
 $\rightarrow$ sehr schwache Kopplung, bis auf Top-Quark + Higgs!

④' $\Rightarrow \mathcal{L}_{\text{Fer}} \ni \mathcal{L}_{\text{gel. Strom}} = - \frac{g_W}{\sqrt{2}} \left[\bar{l}_+^\mu W_\mu^- + (\bar{l}_+^\mu)^\dagger W_\mu^+ \right]$

geladener Strom (vgl. S. 59)

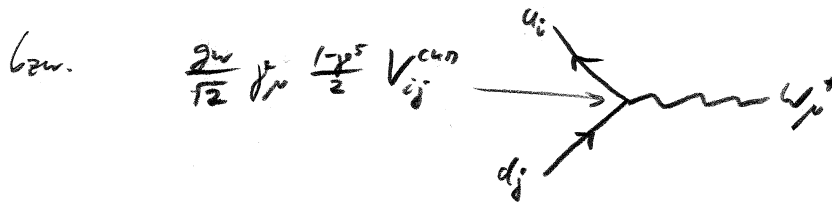
falls v massiv, Dme Gen.

$$= \sum_L \bar{D}_L \begin{pmatrix} 0 & \gamma^\mu \\ 0 & 0 \end{pmatrix} D_L, \quad D_L \in \{Q_{iL}, L_{iL}\}, \quad i=1 \dots 3$$

$$= (\bar{u} \bar{c} \bar{t}) \gamma^\mu \frac{1-\gamma^5}{2} V_{\text{CKM}} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} + (\bar{\nu}_e \bar{\nu}_\mu \bar{\nu}_\tau) \gamma^\mu \frac{1-\gamma^5}{2} V_\ell \begin{pmatrix} e^- \\ \mu^- \\ \tau^- \end{pmatrix}$$

(V-A)-Form

$$= \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}, \quad |V_{\text{CKM}}| \approx \begin{pmatrix} 1 & \lambda & \lambda^3 \\ \lambda & 1 & \lambda^2 \\ \lambda^3 & \lambda^2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \lambda \approx \sin \theta_c \approx 0.22$$



Bem.: Im Limes $Q^2 \ll m_W^2$ erhält man das Fermi-Modell (vgl. S. 57):

$$\mathcal{L}_{\text{gel. Strom}}^{\text{eff.}} = - \boxed{2\sqrt{2}G_F} \bar{l}_+^\mu (\gamma_\mu)^+ = \frac{g_W^2}{2m_W^2} = \frac{2}{v^2}$$

