der obige Massenterm (mit $\hat{L}_{1L} = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$) genügt noch nicht [da $\bar{\nu}_L \nu_L = 0$]. Es gibt aber einige Varianten davon (s. z.B. [Cottingham/Greenwood, Kap. 19-21]) ...

Resultat: nach $\hat{\Phi} \to \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}$ bekommen Neutrinos

eine Masse $m_\nu \sim \dfrac{h_\nu^2 v^2/2}{m_{GUT}}$

bisher kennen wir die leichtesten/schwersten Fermionmassen

als $m_e = \dfrac{h_e v}{\sqrt{2}} \approx 0.5\ \text{MeV}$, $m_t = \dfrac{h_t v}{\sqrt{2}} \approx 175\ \text{GeV}$

Vermutung: h_ν sollte in diesem Bereich der Yukawakopplungen liegen, also $h_e \lesssim h_\nu \lesssim h_t$

aus Übung, Aufg. 55: $m_{GUT} \gtrsim 10^{15}\ \text{GeV}$

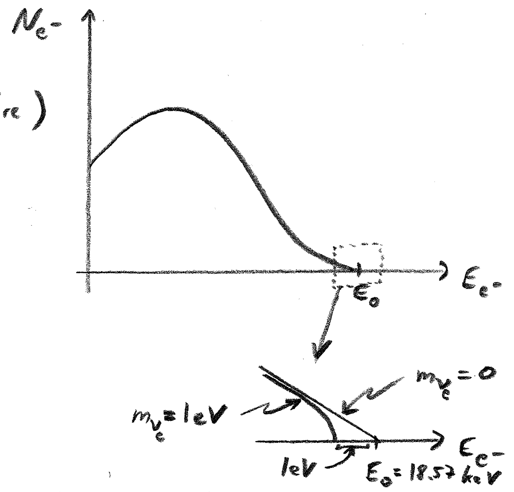
also $$\frac{(0.5\ \text{MeV})^2}{10^{15}\ \text{GeV}} \approx \frac{10^{11}\ \text{eV}^2}{10^{24}\ \text{eV}} \lesssim m_\nu \lesssim \frac{(175\ \text{GeV})^2}{10^{15}\ \text{GeV}} \approx \frac{10^{22}\ \text{eV}^2}{10^{24}\ \text{eV}}$$

$$10^{-13}\ \text{eV} \lesssim m_\nu \lesssim 10^{-2}\ \text{eV}$$

Experimentelle Bestimmung der Neutrinomassen

wie kann man so kleine Massen messen?

(a) direkt



Tritium β- Zerfall ($\tau_{1/2} = 12.32$ Jahre)

$^3H \to {}^3He + e^- + \bar{\nu}_e$

sehr schwierige Messung!

Mainzer Experiment 1997-2001:

$m_{\nu_e} < 2.2\ \text{eV}$

KATRIN (Karlsruhe Tritium Neutrino Experiment) 2009 - ...

Ziel: $m_{\nu_e} < 0.2\ \text{eV}$ "präziseste Waage der Welt"

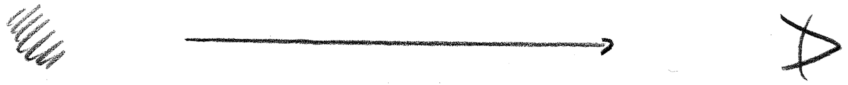
(6) indirekt

Massendifferenzen sind leichter zu messen, da sie zu Neutrino-Oszillationen führen:

in Analogie zu den Quarks sind die in schwachen Ww'n erzeugten ν's (falls massiv) LK's von Masseneigenzuständen.

(hier: betrachte der Einfachheit halber nur 2 Generationen)

$$\text{schwache EZ} \rightarrow \begin{pmatrix} \nu_1' \\ \nu_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \leftarrow \text{Massen-EZ}$$



Erzeugung von ν_i' durch schwache Ww'n

Propagation als Massen-Eigenzustände ebene Wellen, $p_\mu = (E, \vec{p})$, $E = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$

Beobachtung durch schwache Ww'n
Distanz: L

betrachte z.B. Propagation eines ν_1'

$$|\nu_1'(t,L)\rangle = \cos\theta\, |\nu_1\rangle\, e^{-iEt + ip_1 L} + \sin\theta\, |\nu_2\rangle\, e^{-iEt + ip_2 L}$$

$$\langle \nu_2'| = -\sin\theta\, \langle \nu_1| + \cos\theta\, \langle \nu_2|$$

$$\Rightarrow \langle \nu_2' | \nu_1'(t,L)\rangle = \underbrace{\cos\theta \sin\theta}_{=\frac{1}{2}\sin(2\theta)}\, e^{-iEt} \underbrace{\left(e^{ip_2 L} - e^{ip_1 L}\right)}_{= e^{i(p_1+p_2)\frac{L}{2}} \left(e^{i(p_2-p_1)\frac{L}{2}} - e^{i(p_1-p_2)\frac{L}{2}}\right)}$$

$$\left(e^{i(p_2-p_1)\frac{L}{2}} - e^{i(p_1-p_2)\frac{L}{2}}\right) = 2i \sin\left((p_2-p_1)\frac{L}{2}\right)$$

$$= i \sin(2\theta)\, e^{-iEt}\, e^{i(p_1+p_2)\frac{L}{2}} \sin\left((p_2-p_1)\frac{L}{2}\right)$$

also ist die Wahrscheinlichkeit für einen Übergang

$$P(1' \rightarrow 2') = |\langle \nu_2' | \nu_1'(t,L)\rangle|^2 = \sin^2(2\theta) \sin^2\left((p_2-p_1)\frac{L}{2}\right)$$

für $E \gg m_i$ ist $p_i = \sqrt{E^2 - m_i^2} \approx E - \frac{1}{2}\frac{m_i^2}{E} + \mathcal{O}\left(\frac{m^4}{E^3}\right)$

$$\Rightarrow \boxed{P(1' \rightarrow 2') = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\underbrace{\boxed{(m_1^2 - m_2^2)}}_{\equiv \Delta m^2}\frac{L}{4E}\right)}$$

setzen wir nun "typische" Einheiten in den 2. Sinus ein:

$$\frac{L}{4E}\Delta m^2 = \frac{L\,[km]\ \ \Delta m^2\,[eV^2]}{E\,[GeV]} \qquad \frac{10^3 m \cdot 10^{-18}\, GeV^2}{4 \cdot GeV}$$

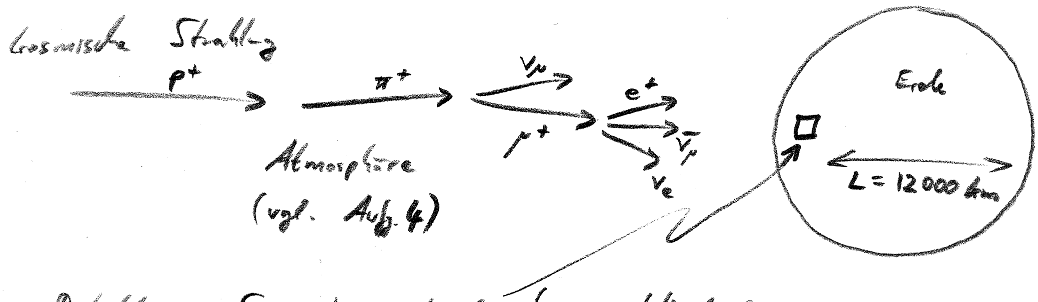
$$= \frac{1}{4}\, fm \cdot GeV \approx \frac{5}{4} \approx 1.25$$

→ eine Oszillation kann für $\frac{L}{4E}\Delta m^2 \sim 1$ beobachtet werden;
für $E \sim GeV$ und $\Delta m \ll eV$ braucht man also $L \gg km$.

⇒ große Abstände nötig im Experiment!

mehrere Möglichkeiten:

(1) Atmosphärische Neutrinos



ν-Detektor Super-Kamiokande '96- (in stillgelegter Mine, unter den japanischen Alpen; 50 000 Tonnen reines Wasser; Photomultiplier)
11200 Stück
0.5 m Durchmesser

ν-Nachweis über Streuung via geladenem Strom:

$$\nu_\mu + N \rightarrow \mu + N \quad , \quad \nu_e + N \rightarrow e + N$$

geladenes Lepton nachweisbar (Photonen; Cherenkov-Strahlung)

atmosphärische ν's werden auf allen Seiten der Erde erzeugt!

man findet aber: $\dfrac{\text{Fluß von } \nu_\mu \text{ nach oben}}{\text{〃 unten}} = 0.54 \pm 0.04$

hier: $E \approx$ einige GeV ; $L \approx 12\,000$ km

Interpretation: $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ Oszillation

$$|m^2_{\nu_\mu} - m^2_{\nu_\tau}| \approx (2 \pm 1) \cdot 10^{-3}\, eV^2$$

$$\sin^2\theta_{\mu\tau} > 0.9$$