

Quark-Massen

von S. 67: $\delta \mathcal{L} = -h_u [\hat{Q}'_L \hat{\Phi} \hat{u}''_R + \hat{u}''_R \hat{\Phi}^\dagger \hat{Q}'_L] - h_d [\hat{Q}'_L \hat{\Phi} \hat{d}''_R + \hat{d}''_R \hat{\Phi}^\dagger \hat{Q}'_L] + 2. + 3. \text{ Generationen}$

mit $\hat{Q}'_L = \begin{pmatrix} \hat{u}'_L \\ \hat{d}'_L \end{pmatrix}$ und $\hat{\Phi} = \begin{pmatrix} \hat{\phi}^+ \\ \hat{\phi}^0 \end{pmatrix} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$
 $\hat{\Phi}^\dagger = \begin{pmatrix} \hat{\phi}^{0*} \\ -\hat{\phi}^{+*} \end{pmatrix} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \delta \mathcal{L} /_{\text{generations}} &= -h_u \frac{v}{\sqrt{2}} [\hat{u}'_L \hat{u}''_R + \hat{u}''_R \hat{u}'_L] \\ &\quad - h_d \frac{v}{\sqrt{2}} [\hat{d}'_L \hat{d}''_R + \hat{d}''_R \hat{d}'_L] + 2. + 3. \text{ Generationen} \\ &= \left. \begin{aligned} &= (\hat{P}_L \hat{d}')^\dagger \hat{y}^0 \hat{P}_R \hat{d}'' = \hat{d}'^\dagger \hat{P}_L^\dagger \hat{y}^0 \hat{P}_R \hat{d}'' \quad , \quad \hat{y}_S^\dagger = \hat{y}_S \\ &= \hat{d}'^\dagger \hat{y}^0 \hat{P}_R \hat{P}_R \hat{d}'' = \hat{d}'^\dagger \hat{P}_R \hat{d}'' \quad (\text{vgl. Üb.-g. 34.6}) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{s. Üb.-g.} \\ \text{10.c} \end{array} \\ &\quad \{ \hat{y}_u, \hat{y}_d \} = 0 \\ &= -h_u \frac{v}{\sqrt{2}} [\hat{u}' \hat{P}_R \hat{u}'' + \hat{u}'' \hat{P}_L \hat{u}'] \\ &\quad - h_d \frac{v}{\sqrt{2}} [\hat{d}' \hat{P}_R \hat{d}'' + \hat{d}'' \hat{P}_L \hat{d}'] + 2. + 3. \text{ Generationen} \end{aligned}$$

benutzt jetzt die Freiheit der Definition von $\hat{u}''$, $\hat{d}''$:

wir legen fest, daß $\hat{u}$, $\hat{d}$ die "Masseneigenzustände" bezeichnen, d.h. $\delta \mathcal{L} /_{\text{generations}}$ sollte diagonalisiert sein.

• $\hat{u}'' \equiv \hat{u} \Rightarrow \hat{u} [\hat{P}_R + \hat{P}_L] \hat{u} = \hat{u} \hat{u} \Rightarrow \delta \mathcal{L} = - \frac{h_u v}{\sqrt{2}} \hat{u} \hat{u}$
 (etc für c, t Quarks) Masse des Up-Quarks $\equiv m_u$

• für die d-Quarks ist die Diagonalisierung etwas komplizierter; müssen alle drei Generationen gleichzeitig betrachten.

schreibe: $\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} d'' \\ s'' \\ b'' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$

mit V, U unitäre Matrizen

dann ist die untere Zeile von $\hat{S}^{\dagger}$ quad.

$$\hat{S}^{\dagger} = -\frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \hat{d} \\ \hat{s} \\ \hat{b} \end{pmatrix} V^{\dagger} \underbrace{\begin{pmatrix} h_d & h_s & h_b \end{pmatrix}}_{\equiv \text{diag}(h_d, h_s, h_b)} U P_R \begin{pmatrix} \hat{d} \\ \hat{s} \\ \hat{b} \end{pmatrix} - \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \hat{d} \\ \hat{s} \\ \hat{b} \end{pmatrix} U^{\dagger} \underbrace{\begin{pmatrix} h_d & h_s & h_b \end{pmatrix}}_{\equiv \text{diag}(h_d, h_s, h_b)} V P_L \begin{pmatrix} \hat{d} \\ \hat{s} \\ \hat{b} \end{pmatrix}$$

gleichzeitige Lsg: $U \equiv \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} V \begin{pmatrix} h_d & h_s & h_b \end{pmatrix}$

V beliebig

$$= -\underbrace{\left[\frac{h_d v}{\sqrt{2}} \right]}_{\equiv m_d} \hat{d} \hat{d} - \underbrace{\left[\frac{h_s v}{\sqrt{2}} \right]}_{\equiv m_s} \hat{s} \hat{s} - \underbrace{\left[\frac{h_b v}{\sqrt{2}} \right]}_{\equiv m_b} \hat{b} \hat{b}$$

CKM - Matrix

die Matrix V ist eine Verallgemeinerung der Cabibbo-Matrix (S.S. 57),
und wird Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) - Matrix genannt (1973).

schreibe: $V \equiv \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \rightarrow [\text{Nobelpreis 2008}]$

die Matrixelemente V_{ij} ($\in \mathbb{C}$, aber $V^{\dagger} V = \mathbb{1}$) sind Parameter
des SM; können gemessen werden; Resultat (vgl.

PDG Booklet, S. 169 ff): $|V| \approx \begin{pmatrix} 0.97 & 0.23 & 0.004 \\ 0.23 & 0.97 & 0.04 \\ 0.01 & 0.04 & 0.999 \end{pmatrix}$

$\rightarrow$ in der Natur ist V "fast diagonal" !

CP-Verletzung

Die CKM-Matrix hat etwas mit diesem wichtigen Phänomen
zu tun. Erinnerung:

(Übg. Aufgabe 33): $|K_S^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \overset{ds}{\downarrow} (|K^0\rangle - \overset{sd}{\downarrow} |\bar{K}^0\rangle)$; $\hat{C}\hat{P}|K_S^0\rangle = +|K_S^0\rangle$
 $|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle)$; $\hat{C}\hat{P}|K_L^0\rangle = -|K_L^0\rangle$