Eichbosonen $W^\pm, Z^0, \gamma$ im SM

Eichinvarianz erlaubt keine direkten Massenterme (s. S. 63).

Ww zwischen Spin-1 und Spin-0 Feldern jedoch erlaubt (s. S. 67):

$$\hat\Phi = \begin{pmatrix}\hat\phi^+\\ \hat\phi^0\end{pmatrix}, \quad \delta\hat{\mathcal{L}} = [D_\mu \hat\Phi]^\dagger [D^\mu \hat\Phi]$$

$$D_\mu = \partial_\mu - i g_W T^a \hat A_\mu^a + \tfrac{1}{2} i g_Y \hat B_\mu$$

$$T^a = \frac{\sigma^a}{2}, \quad \vec\sigma = \left\{ \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix} \right\}, \quad \sigma^i\sigma^j = \delta^{ij}\,\mathbb{1}_{2\times2} + i\varepsilon^{ijk}\sigma^k$$

wie ergibt sich hieraus eine Masse?

<u>Annahme</u>: irgendeine Dynamik (genauer: s. unten $\to$ S. 70) bestimmt in guter Näherung $\hat\Phi \approx \frac{1}{\sqrt2}\begin{pmatrix}0\\v\end{pmatrix}$, v konstant

$$\Rightarrow \delta\hat{\mathcal{L}} \approx \frac12 \left[\left(-i g_W T^a \hat A^a_\mu + \tfrac12 i g_Y \hat B_\mu\right)\begin{pmatrix}0\\v\end{pmatrix}\right]^\dagger \left[\left(-i g_W T^b \hat A^{b\mu} + \tfrac12 i g_Y \hat B^\mu\right)\begin{pmatrix}0\\v\end{pmatrix}\right]$$

$$= \frac12 (0, v^*) \left(\frac{i g_W}{2}\sigma^a \hat A^a_\mu - \frac{i g_Y}{2}\hat B_\mu\right)\left(-\frac{i g_W}{2}\sigma^b \hat A^{b\mu} + \frac{i g_Y}{2}\hat B^\mu\right)\begin{pmatrix}0\\v\end{pmatrix}$$

$$= \frac{|v|^2}{8}(0,1)\Big(g_W^2 \underbrace{\sigma^a\sigma^b}_{\to\ \delta^{ab}\mathbb{1}_{2\times2} + \cancel{i\varepsilon^{abc}\sigma^c}\ \text{antisym. in } a\leftrightarrow b} \hat A^a_\mu \hat A^{b\mu} - g_W g_Y \sigma^a\left[\hat A^a_\mu \hat B^\mu + \hat B^\mu \hat A^a_\mu\right] + g_Y^2 \hat B_\mu \hat B^\mu\Big)\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

(s. Üb. A.11) ↳ gleichzeitige Feldop's vertauschen

außerdem: $(0,1)\,\sigma^a\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = -\delta^{a3}$

$$= \frac12\left(\frac{g_W|v|}{2}\right)^2\left(\hat A^1_\mu \hat A^{1\mu} + \hat A^2_\mu \hat A^{2\mu}\right)$$

$$+ \frac12\left(\frac{|v|}{2}\right)^2 \Big\{ g_W^2 \hat A^3_\mu \hat A^{3\mu} + g_W g_Y \left(\hat A^3_\mu \hat B^\mu + \hat B_\mu \hat A^{3\mu}\right) + g_Y^2 \hat B_\mu \hat B^\mu \Big\}$$

$$= \left(g_W \hat A^3_\mu + g_Y \hat B_\mu\right)\left(g_W \hat A^{3\mu} + g_Y \hat B^\mu\right)$$

$$= (g_W^2 + g_Y^2)\Bigg(\underbrace{\boxed{\frac{g_W}{\sqrt{g_W^2+g_Y^2}}}}_{\equiv \cos(\theta_W)} \hat A^3_\mu + \underbrace{\boxed{\frac{g_Y}{\sqrt{g_W^2+g_Y^2}}}}_{\equiv \sin(\theta_W)} \hat B_\mu\Bigg)\left(\frac{g_W}{\sqrt{g_W^2+g_Y^2}}\hat A^{3\mu} + \frac{g_Y}{\sqrt{g_W^2+g_Y^2}}\hat B^\mu\right)$$

$$\equiv \hat Z_\mu$$

θ_W = <u>Weinberg-Winkel</u>

bzw. "schwacher Mischungswinkel"

aha: können also durch Einführung einer neuen Basis

$$\begin{pmatrix}\hat{Z}_\mu\\ \hat{Q}_\mu\end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix}\cos\theta_w & \sin\theta_w\\ -\sin\theta_w & \cos\theta_w\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\hat{A}^3_\mu\\ \hat{B}_\mu\end{pmatrix}$$

das $\delta\hat{\mathcal{L}}$ diagonalisieren!

mit den weiteren Bezeichnungen

$$m_w \equiv \frac{g_w|v|}{2}, \qquad m_Z \equiv \frac{\sqrt{g_w^2+g_Y^2}\,|v|}{2}$$

wird das obige $\delta\hat{\mathcal{L}}$ also zu

$$\delta\hat{\mathcal{L}} = \frac{1}{2} m_w^2\left(\hat{A}^1_\mu \hat{A}^{1\mu} + \hat{A}^2_\mu \hat{A}^{2\mu}\right) + \frac{1}{2} m_Z^2\, \hat{Z}_\mu \hat{Z}^\mu + 0\cdot \hat{Q}_\mu \hat{Q}^\mu$$

Coulomb-Eichung: $\hat{A}^a_0 = \hat{B}_0 = 0$

$$\longrightarrow -\frac{1}{2} m_w^2\left(\hat{A}^1_i \hat{A}^1_i + \hat{A}^2_i \hat{A}^2_i\right) - \frac{1}{2} m_Z^2\, \hat{Z}_i \hat{Z}_i - 0\cdot \hat{Q}_i \hat{Q}_i$$

wir erhalten also zwei Teilchen mit Masse m_w $\Leftrightarrow W^\pm$

ein " $m_Z > m_w$ $\Leftrightarrow Z^0$

ein masseloses Feld $\hat{Q}_\mu$ $\Leftrightarrow \gamma$

$\Rightarrow$ exakt so wie beobachtet !!!

wie sieht D_μ in der neuen Basis aus? (($Q_Y = -\frac{1}{2}$ für Higgs))

$$D_\mu = \partial_\mu - i g_w T^a \hat{A}^a_\mu - i Q_Y g_Y \hat{B}_\mu$$

$$= \partial_\mu - i\frac{g_w}{2}\begin{pmatrix}0 & \hat{A}^1_\mu - i\hat{A}^2_\mu\\ \hat{A}^1_\mu + i\hat{A}^2_\mu & 0\end{pmatrix} - i\frac{\sqrt{g_w^2+g_Y^2}}{2}\begin{pmatrix}\cos\theta_w \hat{A}^3_\mu + 2Q_Y \sin\theta_w \hat{B}_\mu & 0\\ 0 & -\cos\theta_w \hat{A}^3_\mu + 2Q_Y\sin\theta_w \hat{B}_\mu\end{pmatrix}$$

Kopplung der $W^\pm$ an "geladene Ströme", vgl. S. 59

Kopplung der Z^0, γ an "neutrale Ströme", vgl. S. 60

$$\left(\left(\begin{pmatrix}\hat{A}^3_\mu\\ \hat{B}_\mu\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}c & -s\\ s & c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\hat{Z}_\mu\\ \hat{Q}_\mu\end{pmatrix} \right)\right) = \begin{pmatrix}[\cos^2\theta_w + 2Q_Y\sin^2\theta_w]\,\hat{Z}_\mu + \cos\theta_w\sin\theta_w(-1+2Q_Y)\,\hat{Q}_\mu & 0\\ 0 & [-\cos^2\theta_w + 2Q_Y\sin^2\theta_w]\,\hat{Z}_\mu + \cos\theta_w\sin\theta_w(1+2Q_Y)\,\hat{Q}_\mu\end{pmatrix}$$

Higgs-Boson: $Q_Y = -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ untere Komponente koppelt nicht an $\hat{Q}_\mu$ (also el. neutral)

$\Rightarrow$ obere " koppelt mit $+i\sqrt{g_w^2+g_Y^2}\cos\theta_w\sin\theta_w \equiv ie$

$\Leftrightarrow$ $\underline{\underline{e = g_w \sin\theta_w}}$ (vgl. Übg. Afg. 43)