

→ Fermi-Modell muß geändert werden!

L-Invarianz → Helizitätsoperator ($h = \vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}$, s. S. 23) nicht
brauchbar; aber Chiralitätsoperator ($\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$), - Projektoren $P_{L/R}$.

((masselose T.: Chir. & Hel., s. S. 24))

Schade wenn sollen also nur links- (L) Teilchen
und rechts- (R) Antiteilchen erzeugen:

$$P_{R/L} \equiv \frac{1 \pm \gamma_5}{2}, \quad \bar{\psi}_{R/L} \equiv \bar{\psi} P_{L/R}$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}_I^{V-A} \equiv -2\sqrt{2} G_F \left\{ \bar{d} \gamma^\mu P_L u \bar{\nu}_e \gamma_\mu P_L e + \bar{u} \gamma^\mu P_L d \bar{e} \gamma_\mu P_L \nu_e \right\}$$

$$= -2\sqrt{2} G_F \left\{ \bar{d}_L \gamma^\mu u_L \bar{\nu}_{eL} \gamma_\mu e_L + \bar{u}_L \gamma^\mu d_L \bar{e}_L \gamma_\mu \nu_{eL} \right\}$$

[s. Übungen, Aufgabe 34]

Bem. der Name "V-A" - Modell steht für "Vektor minus
Axialvektor"; denn $\gamma^\mu P_L \sim \gamma^\mu - \gamma^\mu \gamma_5$, und
 $\bar{\psi}_1 \gamma^\mu \psi_2$ transformiert wie ein Vektor (vgl. S. 53)
 $\bar{\psi}_1 \gamma^\mu \gamma_5 \psi_2$ Axialvektor

Seltensheitsverletzung

in der schwachen Wn werden viele andere (außer P) QZ verletzt.

z.B.: $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$: Seltensheit S verletzt!
($u\bar{s}$) $\pi^+ \pi^0 \pi^0$

z.B.: $D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0$: Charmness C verletzt! (PDG: 13.9%)
($c\bar{u}$)

Können wir diese Prozesse im Fermi-Modell aufnehmen?

→ def. Fermion-Dubletten, charakterisiert durch d. Ladung und "Generations":

Leptonen: $L_1 \equiv \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}; L_2 \equiv \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}$ $\leftarrow Q=0$
 $\leftarrow Q=-1$

Quarks: $Q_1 \equiv \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}; Q_2 \equiv \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$ $\leftarrow Q=+\frac{2}{3}$
 $\leftarrow Q=-\frac{1}{3}$

((Bem.: \exists jeweils dritte Generation; spielt in obigen Prozessen keine Rolle))

Bem: Zuordnung der Quarks zu "Generationen" ist Konvention.

Klein: c-Quark definiert zweite Generation

→ Untere Komponenten können noch Linearkombinationen aus d, s sein.

$$Q_1' \equiv \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \quad Q_2' \equiv \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

Cabibbo-Winkel $\theta_c \approx 0.2286 \hat{=} 13.1^\circ$

Könnten wir dasselbe mit L_1, L_2 machen?

→ im Prinzip ja; aber ν_e, ν_μ (in guter Näherung) masselos, also (fast) identisch, also macht Rotation keinen Unterschied.

ursprüngliches Fermi-Modell (s. S. 56)

$$\mathcal{L}_I^{\text{Fermi}} = -2\sqrt{2} G_F \left\{ \hat{Q}_{1L} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \gamma^\mu & 0 \end{pmatrix} \hat{Q}_{1L} \hat{L}_{1L} \begin{pmatrix} 0 & \gamma^\mu \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \hat{L}_{1L} + \text{h.c.} \right\}$$

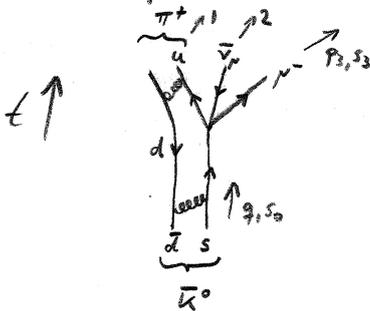
→ Verallgemeinerung:

$$\mathcal{L}_I^{\text{Fermi}} = -2\sqrt{2} G_F \sum_{D_L} \sum_{D_L'} \hat{D}_L \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \gamma^\mu & 0 \end{pmatrix} \hat{D}_L \hat{D}_L' \begin{pmatrix} 0 & \gamma^\mu \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \hat{D}_L'$$

mit $D_L, D_L' \in \{ Q_{1L}, Q_{2L}, L_{1L}, L_{2L} \}$ ($\binom{1}{2} \Rightarrow \bar{2} \nu^{\mu 1}, \bar{1} \nu^{\mu 2}$)

empfehle Struktur; beinhaltet sehr viele verschiedene Prozesse!

Bsp "semitoponischer" Zerfall $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu$



auslaufende Teilchen: in $\frac{1}{4}$
 einlaufende T. } in $\frac{1}{4}$
 auslaufende Anti-T.

(vgl. S. 22)

→ obiger Prozess vermittelt durch

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I \ni & -2\sqrt{2} G_F \hat{P}_L \gamma^\mu \hat{V}_L \hat{u}_L \gamma_\mu \hat{d}_L \\ & \rightarrow -2\sqrt{2} G_F \sin(\theta_c) \hat{P}_L \gamma^\mu \hat{P}_L \hat{V} \hat{u}_L \gamma_\mu \hat{P}_L \hat{S} \end{aligned}$$

→ Amplitude berechnen wie "gewöhnlich" (vgl. S. 33, 37)

$$\mathcal{M} = -\frac{i}{\sqrt{2}} G_F \sin(\theta_c) \bar{u}(\vec{p}_3, s_3) \gamma^\mu (1-\gamma_5) v(\vec{p}_2, s_2) \cdot \bar{u}(\vec{p}_1, s_1) \gamma_\mu (1-\gamma_5) u(\vec{p}_4, s_4)$$

$$|\mathcal{M}|^2 = \dots$$

Unitaritätsgrenze

Fermi-Modell ist sehr erfolgreich: beschreibt fast alle schwachen Zerfälle.
Es gibt jedoch theoretische Argumente, die seine Grenzen aufzeigen:

(a) betrachte z.B. $\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-$ - Streuung am CNS.

$$s = (q_1 + q_2)^2 \quad ; \quad \text{Frage: Wirkungsquerschnitt } \sigma(s) \text{ für große } s?$$

dimensionale Analyse:

$$M \text{ hat } G_F \approx 1.16 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \Rightarrow |M|^2 \text{ hat } G_F^2$$

$$[\sigma] = [\text{Fläche}] = [\text{fm}^2] = [\text{GeV}^{-2}]$$

$$\text{für } s \gg m_e^2 \text{ gilt es beim anderen Streuen } \Rightarrow \underline{\sigma \sim G_F^2 s}$$

$$\left(\text{die genaue Antwort ist } \sigma = \frac{G_F^2 s}{3\pi} \right)$$

dieses Verhalten $\sigma(s \gg m_e) \sim s$ kann aber nicht richtig sein:

Betrachte Streumatrix (vgl. §3, S. 25, 26, 29)

$$\hat{S} \equiv \hat{U}_2(+\infty, -\infty) \equiv \mathbb{1} - i \hat{T}$$

\uparrow Zeitentwicklungs-Op. \uparrow Transformatrix

$$\langle f | \hat{T} | i \rangle \equiv (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f + p_2 - q_1 - q_2) T_{fi}$$

Gesamtwahrscheinlichkeit bleibt erhalten $\Leftrightarrow \hat{S}$ unitär $\Leftrightarrow \hat{S}^\dagger \hat{S} = \mathbb{1}$

$$\Leftrightarrow (\mathbb{1} + i \hat{T}^\dagger)(\mathbb{1} - i \hat{T}) = \mathbb{1} \quad \Leftrightarrow \hat{T}^\dagger \hat{T} = i(\hat{T}^\dagger - \hat{T})$$

$$\text{also ist } i \langle f | \hat{T} - \hat{T}^\dagger | i \rangle = \langle f | \hat{T}^\dagger \hat{T} | i \rangle = \sum_n \langle f | \hat{T}^\dagger | n \rangle \langle n | \hat{T} | i \rangle$$

$$\text{bzw. } i (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\Sigma p_f - \Sigma q_i) [T_{fi} - T_{if}^*] = \sum_n (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\Sigma p_f - \Sigma r_n) T_{nf}^* \cdot (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\Sigma r_n - \Sigma q_i) T_{ni}$$

$$\Leftrightarrow i [T_{fi} - T_{if}^*] = \sum_n (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\Sigma r_n - \Sigma q_i) T_{nf}^* T_{ni}$$

Wir wissen (s. z.B. S. 29), daß $T_{fi} \sim M$ ist; nach Phasenraum int. sagt diese Formel also etwas über das Verhalten von σ aus.