6. Schwache Wechselwirkungen

QED (em. WW), QCD (starke WW): haben vollständige Theorie.

schwache WW: (noch) keine komplette Theorie

→ hier: Behandlung der bekannten "Bausteine" der richtigen Theorie.

Relevanz: z.B. Beta-Zerfälle von μ, n, $\pi^\pm$

Austauschteilchen: "intermediäre Vektorbosonen" $W^\pm$, $m_W \approx 80.4$ GeV
Z^0, $m_Z \approx 91.2$ GeV

schwache WW führt zu vielen Prozessen/Zerfällen, die laut QED/QCD nicht stattfinden sollten ⇒ verschiedene Theorien haben verschiedene Symmetrien und Erhaltungssätze!

tiefer Zusammenhang: Noether-Theorem

$\boxed{\text{Symmetrien der Lagrangedichte} \leftrightarrow \text{Erhaltungssätze}}$

z.B.: Invarianz unter (räuml. + zeitl.) Translationen ⟷ Energie-Impuls-Erhaltung

<u>Bsp</u> Leptonzahlerhaltung in der QED

$$\hat{\mathcal{L}}_I = e\,\hat{\bar{\psi}}\gamma^\mu \hat{A}_\mu \hat{\psi} \qquad \text{(vgl. Skript, S. 36)}$$

hat die folgende Invarianz (Symmetrie):

$$\hat{\psi} \to \hat{\psi}' = e^{i\alpha}\hat{\psi} \qquad \text{mit } \alpha \in \mathbb{R}$$
$$\hat{\bar{\psi}} \to \hat{\bar{\psi}}' = e^{-i\alpha}\hat{\bar{\psi}}$$
$$\hat{A}_\mu \to \hat{A}_\mu' = \hat{A}_\mu$$
$$\Rightarrow \hat{\mathcal{L}}_I \to \hat{\mathcal{L}}_I' = \hat{\mathcal{L}}_I \quad ! \qquad (\forall \alpha)$$

Die Symmetrie funktioniert, weil es an jedem Vertex <u>zwei</u> Fermionen gibt, $\hat{\bar{\psi}}, \hat{\psi}$, bzw.

⇒ <u>Anzahl der Fermionen bleibt erhalten</u>.

in der QCD gibt es viele solcher Symmetrien, z.B.:

<u>Seltsamkeit</u> ist eine "kontinuierliche innere Symmetrie"

$\mathcal{L}_{QCD}$ ist invariant unter $\hat{s} \to e^{i\alpha}\hat{s}$, $\hat{\bar{s}} \to e^{-i\alpha}\hat{\bar{s}}$.

$\Rightarrow$ deshalb bleibt die Seltsamkeit erhalten.

d.h. Mesonen wie $K^+ = u\bar{s}$, $K^- = s\bar{u}$ können in QCD <u>nicht</u> zerfallen!

((dasselbe gilt auch für „Charmness" etc. aber $c\bar{c}$ kann natürlich zerfallen.))

<u>Isospin</u>

analog zur Seltsamkeit könnte man auch "Upness" und "Downness" definieren.

Diese wären wieder exakte Symmetrien der QCD.

Falls man elektromagnetische Effekte sowie die Massendifferenz der u- und d- Quarks vernachlässigen kann, gilt es eine <u>größere Symmetrie</u>, die sog. <u>Isospin-Symmetrie:</u> $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$

Matrix

Damit $\hat{\mathcal{L}}_I$ invariant ist, muß R unitär sein: $R^+ R = \mathbb{1}$, sowie $\det R = +1$.

Man sagt: "die Symmetriegruppe ist die <u>Flavor-SU(2)</u>"

Konsequenzen:
- Isospin-Transformationen vertauschen mit Hamilton-Op.
  - $\to$ diese Op's haben gleichzeitige Eigenzustände
  - $\to$ Teilchen ($\hat{=}$ Eigenzustände des $\hat{H}$) können durch I, I_z klassifiziert werden ((vgl. Drehungen: J, J_z))

z.B.
$$u \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \equiv \left| \tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2} \right\rangle \equiv \bar{d}$$
$$d \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \equiv \left| \tfrac{1}{2}\ -\tfrac{1}{2} \right\rangle \equiv \bar{u}$$

$u\bar{d}$ $\quad \pi^+ \equiv |1\,1\rangle = |\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\rangle$

$u\bar{u}+d\bar{d}$ $\quad \pi^0 \equiv |1\,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\,-\tfrac{1}{2}\rangle + |\tfrac{1}{2}\,-\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\rangle\right)$

$d\bar{u}$ $\quad \pi^- \equiv |1\,-1\rangle = |\tfrac{1}{2}\,-\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\,-\tfrac{1}{2}\rangle$

((remember: Addition von Drehimpulsen; Clebsch-Gordan-Koeff's; s. QM; $|j\,m\rangle = \sum_{j_1 j_2} C^{j\,j_1\,j_2}_{m\,m_1\,m_2} |j_1\,m_1\rangle|j_2\,m_2\rangle$

bzw. $|j_1\,m_1\rangle|j_2\,m_2\rangle = \sum_{j=|j_1-j_2|}^{j_1+j_2} C^{j\,j_1\,j_2}_{m\,m_1\,m_2} |j, m_1+m_2\rangle$))