

Luminosität in Teilchenstößen

$A+B \rightarrow \text{"irgendetwas"}$

$m_B \neq 0 \rightarrow$ gehe ins Ruhesystem von Teilchen B



Normierung $\langle A|A \rangle = 1 = \langle B|B \rangle$

($\hat{A} \hat{B} \hat{C}$ nur ein T. A und ein T. B im ganzen Volumen V)

Luminosität der einlaufenden ebenen A-Wellen ist dann

$$L_{\text{em}} = \frac{1}{V} |\vec{v}_A|$$

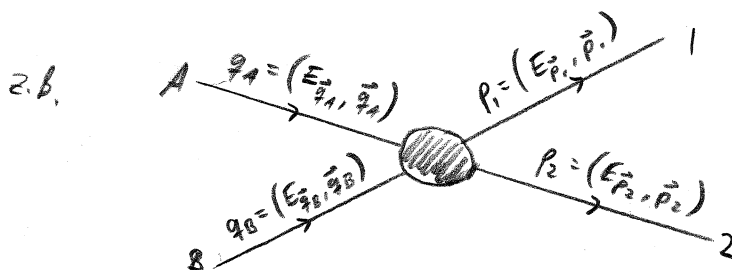
$\uparrow$ Geschwindigkeit
 $\uparrow$ durchschnittliche Teilchendichte

Goldene Regel für Streuprozesse

"Rezept" wie bei Zerfallskante: Amplituden ($\mathcal{M}$)

Phasenraum $\leftarrow$ kinematische Information;
 $\Omega, E, \vec{p}$

dynamische Information; $\mathcal{M}$;
 $\rightarrow$ Feynmanregeln, s.u.



$$\hat{H} = \hat{H}_0 + g \hat{V} \quad \text{mit} \quad g \hat{V} = \int d^3x \mathcal{M} \hat{\phi}_1 \hat{\phi}_2 \hat{\phi}_3 \hat{\phi}_4$$

berechnen wieder (vgl. S. 25, 26) Streumatrixelement in 1. Ordn. Stör

$$\text{eink. T.} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_1}} e^{-i p_1 x}, \quad \text{ausk. T.} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_2}} e^{+i p_2 x}$$

$$S_{fi} = -i \langle \phi_1(\vec{p}_1) \phi_2(\vec{p}_2) | \int dt' d^3x \mathcal{M} \hat{\phi}_1 \hat{\phi}_2 \hat{\phi}_3 \hat{\phi}_4 | \phi_1(\vec{q}_1) \phi_2(\vec{q}_2) \rangle$$

$$= -i (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - q_1 - q_2) \frac{\mathcal{M}}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_1} \sqrt{(2\pi)^3 2E_2} \sqrt{(2\pi)^3 2E_3} \sqrt{(2\pi)^3 2E_4}}$$

und, wie oben: Rate = $\frac{|S_{fi}|^2}{T}$; dabei $(2\pi)^4 \delta^{(4)}(0) \rightarrow V \cdot T$

integriere über alle $\vec{p}_1, \vec{p}_2$ für totalen Wirkungsquerschnitt

2 ebene Wellen im Anfangszustand

$\rightarrow$ teste für 2 Teilchen durch $\left[\frac{V}{(2\pi)^3} \right]^2$

$$\Rightarrow \frac{dN_{\text{aus}}}{dt} = \left[\begin{array}{l} \text{totale Ereignisrate} \\ \frac{1}{V 2E_{q_A} 2E_{q_B}} \int \frac{d^3 \vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_{\vec{p}_1}} \int \frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_{\vec{p}_2}} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - q_A - q_B) |M|^2 \\ L_{\text{ein}} \cdot \sigma \quad (\text{laut Def., s.S. 28}) \\ \text{gehe ins Ruhesystem von } B \text{ (s.S. 29 oben)} \\ = \frac{|\vec{v}_A|}{V} \cdot \sigma \end{array} \right] =: \int d\Phi_2$$

$$\Rightarrow \left| \sigma = \frac{1}{F} \int d\Phi_2 |M|^2 \right| \quad \text{Goldene Regel}$$

$$\text{mit } \int d\Phi_n := \left(\prod_{i=1}^n \int \frac{d^3 \vec{p}_i}{(2\pi)^3 2E_{\vec{p}_i}} \right) (2\pi)^4 \delta^{(4)} \left(\sum_{i=1}^n p_i - q_A - q_B \right)$$

$$\text{und Flussfaktor } F = 4|\vec{v}_A| E_{q_A} m_B \quad (\text{im } B\text{-Ruhesyst.})$$

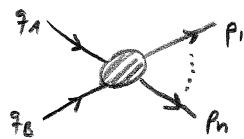
↗ sieht hier nicht sehr L-inv. aus!

$\int d\Phi_n$ ist L-inv (s.S. 27), $|M|^2$ auch

↘ F in L-inv. Form schreiben:

$$\begin{aligned} &= 4 \frac{|\vec{q}_A|}{E_{q_A}} E_{q_A} m_B = 4 \sqrt{\vec{q}_A^2 m_B^2} = 4 \sqrt{(E_{q_A}^2 - m_A^2) m_B^2} \\ &= 4 \sqrt{(q_A \cdot q_B)^2 - m_A^2 m_B^2} \quad (\text{denn } q_B = (m_B, 0), q_A = (E_{q_A}, \vec{q}_A)) \end{aligned}$$

Insgesamt haben wir also die Goldene Regel in allg. Form



$$\sigma_{2 \rightarrow n} = \frac{1}{F} \int d\Phi_n |M|^2$$

↖ Amplitude
↖ Phasenraum int., s.o.

$$F = 4 \sqrt{(q_A \cdot q_B)^2 - m_A^2 m_B^2}$$

Der Flussfaktor F kann auf verschiedene Art und Weise geschrieben werden:

z.B. mit Hilfe der kinematischen Invariante $s := (q_A + q_B)^2$

$$\begin{aligned} F &= 2 \sqrt{(2q_A \cdot q_B)^2 - 4m_A^2 m_B^2} = 2 \sqrt{(s - q_A^2 - q_B^2)^2 - 4m_A^2 m_B^2} \\ &= 2 \sqrt{(s - m_A^2 - m_B^2)^2 - 4m_A^2 m_B^2} \end{aligned}$$

((Bem.: s wird häufig verwendet, denn es ist

die Gesamtenergie im Schwerpunktsystem $= E_A + E_B = \sqrt{s}$;

denn: CMS $\vec{q}_A \leftarrow \vec{q}_B = -\vec{q}_A \Rightarrow q_A = (E_{\vec{q}_A}, \vec{q}_A)$
 $q_B = (E_{\vec{q}_B}, -\vec{q}_A)$
 "center of mass system"

also $q_A + q_B = (E_A + E_B, \vec{0})$ mit $E_A = \sqrt{\vec{q}_A^2 + m_A^2}$, $E_B = \sqrt{\vec{q}_A^2 + m_B^2}$

und $(q_A + q_B)^2 = (E_A + E_B)^2 = s$))

oder z.B. im Schwerpunktsystem (CMS)

$$\begin{aligned} (q_A + q_B)^2 - m_A^2 m_B^2 &= (E_A E_B + \vec{q}_A^2)^2 - m_A^2 m_B^2 \\ &= E_A^2 E_B^2 + 2 E_A E_B \vec{q}_A^2 + (\vec{q}_A^2)^2 - m_A^2 m_B^2 \\ &= \vec{q}_A^2 (2 \vec{q}_A^2 + m_A^2 + m_B^2 + 2 E_A E_B) = \vec{q}_A^2 (E_A + E_B)^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow F = 4(E_A + E_B) |\vec{q}_A|$$

Bsp: Phasenraumintegration für Zweikörper-Streuung

$A+B \rightarrow 1+2$ im CMS: $q_A \rightarrow \begin{matrix} \nearrow P_1 \\ \searrow P_2 \end{matrix} \leftarrow q_B = (E_B, -\vec{q}_A)$

$$\begin{aligned} d\sigma_{2 \rightarrow 2} &= \frac{1}{F} d\Phi_2 |M|^2 \\ &= \frac{1}{4(E_A + E_B) |\vec{q}_A|} \frac{d^3 \vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} (2\pi)^4 \delta(E_1 + E_2 - E_A - E_B) \delta^{(3)}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) |M|^2 \\ &\stackrel{\text{S.O.}}{=} \frac{1}{(8\pi)^2} \frac{|M|^2}{|\vec{q}_A| (E_A + E_B)} d^3 \vec{p}_1 \frac{\delta(\sqrt{m_1^2 + \vec{p}_1^2} + \sqrt{m_2^2 + \vec{p}_1^2} - E_A - E_B)}{\sqrt{m_1^2 + \vec{p}_1^2} \sqrt{m_2^2 + \vec{p}_1^2}} \\ &\quad \text{nutze } \delta^{(3)} \text{ für } \vec{p}_2\text{-Integration. Maßlosigkeit in Bezeichnung: wieder da} \end{aligned}$$

wovon kann $|M|^2$ abhängen?

$$\begin{aligned} |M|^2 &= |M|^2(\vec{q}_A, \vec{q}_B, \vec{p}_1, \vec{p}_2) = |M|^2(\vec{q}_A, -\vec{q}_A, \vec{p}_1, -\vec{p}_1) = |M|^2(\vec{q}_A, \vec{p}_1) \\ &= |M|^2(\vec{q}_A^2, \vec{p}_1^2, \vec{q}_A \cdot \vec{p}_1) = |M|^2(|\vec{q}_A|, |\vec{p}_1|, \cos \theta) \end{aligned}$$

da $|M|^2$ ein Skalar sein muss