damit wird das nicht-triviale Matrixelement
(in erster Ordnung Stö.)

$$S_{fi} \overset{!}{=} -i \langle \pi^+(\vec{p}_1)\pi^-(\vec{p}_2) | \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int d^3x \; \mathcal{M} \, \hat{\phi}^+ \hat{\phi} \, \hat{\rho} \; | \rho(\vec{q}) \rangle$$

$$= -i \int dt' \int d^3x \; \mathcal{M} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_1}} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_2}} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_q}} e^{i(p_1+p_2-q)x}$$

$$= -i \, (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1+p_2-q) \frac{\mathcal{M}}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_1}\sqrt{(2\pi)^3 2E_2}\sqrt{(2\pi)^3 2E_q}}$$ ← Amplitude

$$=: -i \, (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1+p_2-q) \; T_{fi}$$ ← Transfermatrixelement

E-p-Erhaltung; kommt automatisch heraus.

zur Berechnung der Zerfallsrate des ρ müssen wir über die Impulse aller auslaufenden Teilchen integrieren: (($\Gamma \sim \frac{\text{Wahrsch.}}{\text{Zeit}} \sim \frac{|S|^2}{T}$, s. S. 25))

$$\Gamma \overset{!}{=} \frac{1}{T} \int d^3p_1 \int d^3p_2 \; |S_{fi}|^2$$

$$= \frac{1}{T} \int d^3p_1 \int d^3p_2 \; (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1+p_2-q) \underbrace{(2\pi)^4 \delta^{(4)}(0)}_{= V \cdot T} \; |T_{fi}|^2$$

, vgl. S. 18

das ρ im Anfangszustand ist ebene Welle, also überall im Raum.

Normierung $\quad \langle \rho(\vec{q}) | \rho(\vec{q}) \rangle = \delta^{(3)}(\vec{0}) = \frac{V}{(2\pi)^3}$

((denn: $\langle \rho(\vec{p}) | \rho(\vec{q}) \rangle \overset{!}{=} \langle 0 | \hat{a}_{\vec{p}}^{+\dagger} \hat{a}_{\vec{q}}^{+} | 0 \rangle = \langle 0 | \hat{a}_{\vec{p}} \hat{a}_{\vec{q}}^{+} | 0 \rangle$

$= \langle 0 | [\hat{a}_{\vec{p}}, \hat{a}_{\vec{q}}^{+}] + \cancel{\hat{a}_{\vec{q}}^{+} \hat{a}_{\vec{p}}} | 0 \rangle = \delta^{(3)}(\vec{p}-\vec{q}) \langle 0 | 0 \rangle$))

also teilen wir für ein Teilchen mit Norm $\langle \rho | \rho \rangle \equiv 1$ durch $V/(2\pi)^3$:

$$\boxed{\Gamma_{\rho \to \pi^+\pi^-} = \frac{1}{2E_q} \int \frac{d^3p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \int \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3 2E_2} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1+p_2-q) \; |\mathcal{M}|^2}$$

"<u>Fermi's Goldene Regel</u>"

$$\Gamma_{\rho \to 1 \dots n} = \frac{1}{2E_{\vec{q}}} \, c \, \underbrace{\int d\Phi_n}_{} \; |\mathcal{M}|^2$$

$$\overset{!}{=} \left(\prod_{i=1}^{n} \int \frac{d^3p_i}{(2\pi)^3 2E_{\vec{p}_i}} \right) (2\pi)^4 \delta^{(4)}\left(\sum_{i=1}^{n} p_i - q \right)$$

$=$ "n-Teilchen <u>Phasenraumintegration</u>"

statistischer Faktor, z.B. $c = \frac{1}{N!}$ für N identische T.

zur endgültigen Berechnung der Zerfallsrate muß jetzt "nur noch" die Phasenraumintegration ausgeführt werden.

z.B. für $A \to 1+2$ im A-Ruhesystem ← s. Übung, Aufgabe 17

nützlich: Phasenraumintegration Lorentz-invar. schreiben (($p = (p^0; \vec{p})$))

$$\int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}\, 2\pi\, \delta(p^2 - m^2)\,\Theta(p^0) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \int_0^\infty dp_0\, \delta(p_0^2 - E_{\vec{p}}^2) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_{\vec{p}}}$$

((via $\delta(f(x)) = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{|f'(x_i)|}$ für einfache Nullstellen x_i von f))

3.2 Streuprozesse

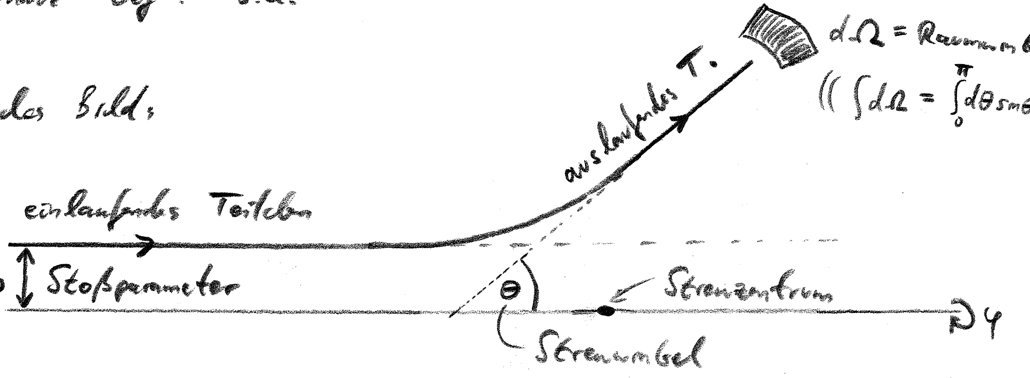
wichtige Vokabeln:

- elastische Streuung / inelastische Streuung
  $1+2 \to 1+2$ | $1+2 \to 1+2+3+\ldots$ oder $1+2 \to 3+4$ etc
- exklusiver Prozeß / inklusiver Prozeß
  alle Streuprodukte werden untersucht | nur ein Teil der Streuprodukte werden identifiziert: z.B. $1+2 \to 3 +$ "Rest"
- Wirkungsquerschnitt σ
  klassisch: Größe des Ziels, aus der Sicht des einlaufenden T.
  QM: ähnlich; hängt von v ($\hat{=} E$) der T. ab.
  E-Abhängigkeit kann groß sein; bei "Resonanzenergie" wirkt Ziel groß!

genaue Def: s.u.

klassisches Bild:

$d\Omega$ = Raumwinkel $= \sin\theta\, d\theta\, d\varphi$
(($\int d\Omega = \int_0^\pi d\theta \sin\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 4\pi$))



- barn ("Scheune")
  oft benutzte Einheit von σ. $1\ \text{barn} = 10^{-28}\ \text{m}^2 = (10\ \text{fm})^2$
  $\hat{\approx}$ geometrischer Querschnitt schwerer Atome (z.B. Uran)

def <u>differentieller Streuquerschnitt</u> $\frac{d\sigma}{d\Omega} := \frac{1}{L_{ein}} \frac{d^2 N_{aus}}{d\Omega\, dt}$

Luminosität $= \frac{d^2 N_{ein}}{dA\, dt}$

= Anzahl der einlaufenden T. pro Zeit- und Flächeneinheit

Anzahl der in Richtung $\Omega = (\theta, \varphi)$ beobachteten auslaufenden T. pro Zeiteinheit pro Raumwinkel

$$\left[\frac{d\sigma}{d\Omega}\right] = \frac{1}{\frac{1}{m^2 s}} \frac{1}{s} = m^2 = [\text{Fläche}]$$

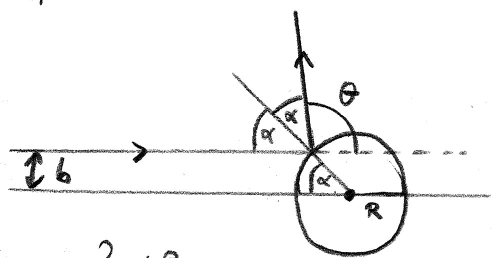
$\Rightarrow$ Ereignisrate = Wirkungsquerschnitt · Luminosität

def <u>totaler Wirkungsquerschnitt</u>

$$\sigma = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta,\varphi)$$

$\left(\left(\text{oft: } u := \cos\theta, \ \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta = \int_{-1}^{1} du \right)\right)$

Bsp: Streuung an harter Kugel



Frage: $\sigma = ?$

hier braucht: $b = R \sin(\alpha)$, $2\alpha + \theta = \pi$

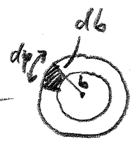
$= R \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) = R \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$

Luminosität $L_{ein} = \frac{N_{ein}}{V} \cdot v$ Geschw. d. ein- (und aus-) laufenden T.

zwischen $\theta, \theta + d\theta$ beobachtet man Teilchen aus $b, b+db$

mit $db = -\frac{R}{2} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) d\theta$

also $\frac{d^2 N_{aus}}{d\Omega\, dt} = \frac{1}{\sin\theta\, d\theta\, d\varphi} \frac{N_{ein}}{V} \cdot v \, |b\, db\, d\varphi|$



Flächenel. um b

$$= L_{ein} \frac{R\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \ \frac{R}{2}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) d\theta\, d\varphi}{\sin(\theta)\, d\theta\, d\varphi}$$

$$= L_{ein} \frac{R^2}{4} \qquad \left(\left(\text{da } \sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha) \right)\right)$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R^2}{4}$$

und $\underline{\underline{\sigma}} = \int d\Omega \frac{R^2}{4} = \underline{\underline{\pi R^2}}$ ist klassischer Querschnitt der Kugel!