

Relativitätstheorie und GPS

Felix Liedeker

Proseminar, 12. Juni 2013

Übersicht

Einleitung

GPS

Relativitätstheorie

Beispielrechnung

Korrektur des Fehlers

Weitere Erhöhung der Genauigkeit

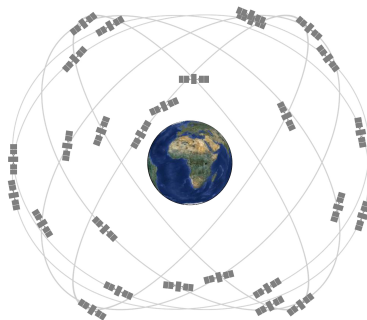
Fazit

- ▶ Satellitennavigationssysteme im Allgemeinen
- ▶ GPS am bekanntesten und verbreitetsten
- ▶ Global Positioning System (GPS)

- ▶ 1973: Beschluss zur Entwicklung eines globalen Satellitennavigationssystems
- ▶ 1995: Einsatzbereitschaft
- ▶ 2000: Abschaltung des Störsignals (Selective Availability)
- ▶ Vergleich: 1905/1915 SRT bzw. ART

Aufbau

- ▶ Satelliten
 - ▶ 24+ Satelliten, 6 Umlaufbahnen
 - ▶ 55° Inklination
 - ▶ 20200 km Bahnhöhe
- ▶ Bodenstationen
- ▶ US Air Force für Betrieb verantwortlich



Wie funktioniert die Positionsbestimmung?

- ▶ Idee: Entfernungsmessung zu den Satelliten über Laufzeitmessung → Positionsbestimmung
- ▶ 2D Positionsbestimmung und Korrektur des Uhrenfehlers: 3 Satelliten \Rightarrow 3D: 4 Satelliten
- ▶ ABER: Satelliten bewegen sich (schnell), Gravitation, (etc.)

Spezielle Relativitätstheorie

Zeitdilatation:

- ▶ $T' = T \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$
- ▶ $\frac{T'}{T} = 0,9999999999165 = 1 - 0,835 \cdot 10^{-10}$ (mit $v = 3875 \text{ m/s}$)
- ▶ wir überschätzen die Zeit im Satelliten um $0,835 \cdot 10^{-8} \%$

Einsteinsche Feldgleichungen

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$$

Zeitdilatation $T' = T \left(1 + \frac{\Delta U}{c^2}\right)$ mit $\Delta U = GM \left(\frac{1}{r_E} - \frac{1}{r_S}\right)$

Einsteinsche Feldgleichungen

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$$

$$\text{mit } \kappa = \frac{8\pi G}{c^4}, \quad G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{R}{2}g_{\mu\nu}$$

$$\text{Zeitdilatation } T' = T \left(1 + \frac{\Delta U}{c^2}\right) \quad \text{mit } \Delta U = GM \left(\frac{1}{r_E} - \frac{1}{r_S}\right)$$

Beispielrechnung

- ▶ SRT: überschätzen $0,835 \cdot 10^{-8} \%$
- ▶ ART: $\frac{T'}{T} = 1,000000000528 = 1 + 5,28 \cdot 10^{-10}$
⇒ unterschätzen $5,28 \cdot 10^{-8} \%$
- ▶ Insgesamt unterschätzen wir Zeitabläufe im Satelliten um $4,455 \cdot 10^{-8} \%$
- ▶ Was macht das aus?
 $\Delta T = 4,455 \cdot 10^{-10} \cdot T$; $\Delta s = \Delta T \cdot c$
z.B. $T = 1s$: $\Delta s \approx 13cm$; $T = 1h$ $\Delta s \approx 480m$

Lösung des Problems

- ▶ Korrektur der Frequenz der Atomuhren in den Satelliten
- ▶ Ursprüngliche Frequenz
- ▶ Anpassung auf $(1 - 4,455 \cdot 10^{-10})$ 10,23 Mhz =
10,22999999544 Mhz

Erhöhung der Genauigkeit

- ▶ Berücksichtigung weiterer Effekte
 - ▶ Sagnac-Effekt (Erdrotation)
 - ▶ Ionosphäre
 - ▶ ...
- ▶ Differentielles GPS
- ▶ ...

- ▶ relativistische Korrekturen ermöglichen die genaue Positionsbestimmung
- ▶ Alltagsanwendung von SRT und ART
- ▶ weitere experimentelle Bestätigung
- ▶ Ausblick: höhere Genauigkeit durch Kombination zweier Systeme; Ausfallsicherheit

Quellen

<http://www.gps.gov>

<http://www.kowoma.de/gps>

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/rel.html>

[http:](http://de.wikipedia.org/wiki/Einsteinsche_Feldgleichungen)

[//de.wikipedia.org/wiki/Einsteinsche_Feldgleichungen](http://de.wikipedia.org/wiki/Einsteinsche_Feldgleichungen)

[http://www.klima-luft.de/steinicke/Artikel/](http://www.klima-luft.de/steinicke/Artikel/Gravitationswellen.pdf)

[Gravitationswellen.pdf](http://www.klima-luft.de/steinicke/Artikel/Gravitationswellen.pdf)