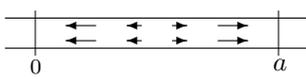


**Aufgabe 79:** Drei mal Divergenz (0.5+1+1.5=3 Punkte)

(a)  Auf einen  $\infty$  langen Wassergraben regnet es bei  $x \in (0, a)$ , so daß dort  $\text{div } \vec{v} = \gamma = \text{const}$  ist und  $\vec{v} = v(x) \vec{e}_1$ .  $v(x)_{\text{innen}} = ?$

(b) Zu welchem  $\lambda$ -Wert ist das blumenstraußförmige Magnetfeld  $\vec{B}(\vec{r}) = \alpha (\lambda z \vec{r} - r^2 \vec{e}_3) / r^5$  (ausgenommen am Ursprung) quellenfrei?

(c) Zu allgemein kugelsymmetrischer Ladungsverteilung  $\rho(r)$  sollen die elektrostatischen Maxwell-Gleichungen  $\text{div } \vec{E} = \rho / \epsilon_0$  und  $\text{rot } \vec{E} = \vec{0}$  gelöst werden: Ansatz für  $\vec{E}$  und schließlich  $\vec{E} = ?$  [Am Ende bleibt ein  $r'$ -Integral stehen.]

**Aufgabe 80:** Vier mal Rotation (2+1+2+2=7 Punkte)

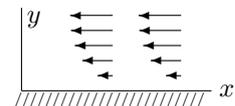
(a) Welche Beziehungen zwischen den vier Konstanten sorgen dafür, daß die ebene Wasserströmung  $\vec{v} = (Ax + By, Cx + Dy, 0)$  weder Wirbel noch Quellen hat? Wie nun zu speziell  $B = 0$  die Strömung aussieht, das zeige eine Skizze.

(b)  $\nabla \times [\vec{A}(\vec{r}) \times \vec{r}] = 2\vec{A} - \vec{r} \text{div } \vec{A} + r \partial_r \vec{A}$  — wie kommt das heraus? [geht zweizeilig]

(c) Zu welchem  $\lambda$ -Wert ist das blumenstraußförmige Magnetfeld  $\vec{B}(\vec{r}) = \alpha (\lambda z \vec{r} - r^2 \vec{e}_3) / r^5$  (ausgenommen am Ursprung) wirbelfrei?

(d) Am Ufer ( $x$ -Achse) der Weser nimmt die Wirbelstärke zur Flußmitte hin ( $y$ -Richtung) ab:  $\text{rot } \vec{v} = \vec{e}_3 \omega e^{-y/a}$ .  $\vec{v}(\vec{r}) = ?$

[Ansatz für  $\vec{v}(\vec{r})$ ?! Konstante beim Aufleiten physikalisch fixieren!]



**Aufgabe 81:** Feld zwischen parallelen Ebenen (2+1=3 Punkte)

(a) Magnetostatik:  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ ,  $\nabla \times \vec{B} = \vec{j} \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$

Das Magnetfeld  $\vec{B}(\vec{r}) = (0, B[\theta(x) - \theta(x - a)], 0)$  soll hergestellt werden. [„Feld gegeben, Ursache ermitteln“ ist die denkbar einfachste Fragestellung. Ihr mechanisches Analogon lautet „ $\vec{r}(t)$  gegeben, Kraft (längs Bahn) ermitteln“.] Ist die Forderung möglich, d.h. erfüllt sie  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ ? Mit welcher Stromdichte  $\vec{j}(\vec{r})$  ist der Raum auszustatten? Wie läßt sich das Resultat mit ein paar  $\vec{B}$ - und  $\vec{j}$ -Pfeilen und zwei symbolischen Plattenrändern halbwegs perspektivisch darstellen?

(b) Elektrostatik:  $\nabla \cdot \vec{E} = \rho \frac{1}{\epsilon_0}$ ,  $\nabla \times \vec{E} = \vec{0}$

Analog zu (a) [nur eine andere Komponente füllend] kann auch das elektrische Feld  $\vec{E}(\vec{r}) = ?$  eines Plattenkondensators angesetzt werden (positive Platte = Ebene  $x = 0$ , negative = Ebene  $x = d$ ). Prüfen Sie (geht im Kopf), ob  $\nabla \times \vec{E} = \vec{0}$  erfüllt ist. Mit welcher Ladungsdichte  $\rho(\vec{r})$  ist der Raum auszustatten?