

[Abgabe 22.04 vor der Vorlesung]

Aufgabe 47: Stammfunktionen finden (1+1+1=3 Punkte)

Bestimmen Sie Stammfunktionen der folgenden Funktionen per „Kandidaten-Methode“:

(a) $\frac{1}{x^n} = \partial_x [?]$ [für $n \neq 1$]

(b) $\frac{2 \cos(x)}{(3+\sin(x))^{1/3}} = \partial_x [?]$

(c) $x \sin(x) = \partial_x [?]$

Aufgabe 48: Existenz von Integralen (1+1+1=3 Punkte)

Untersuchen Sie, ob die folgenden Integrale *existieren*. [Auswertung also nicht nötig]

(a) $\int_1^\infty dx \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(b) $\int_0^1 dx \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(c) $\int_0^\pi dx \frac{1}{1 - \cos(x)}$

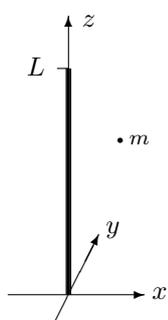
Aufgabe 49: Dünner Stab in 1D (2 Punkte)

Ein (unendlich dünner) Stab liegt auf der x -Achse und erstreckt sich von $x = 0$ bis $x = L$. Er wird zum Ende hin immer schwerer: seine (lineare) Massendichte beträgt $\sigma(x) = x \sigma_0$, mit konstantem σ_0 . Berechnen Sie seine Gesamtmasse M und die Schwerpunktskoordinate R_1 .

Aufgabe 50: Äquipotential-Linien (1 Punkt)

In zwei Dimensionen (2D) hat ein Potential seine Äquipotential-Linien (also Linien in der xy -Ebene, auf denen das Potential seinen Wert nicht ändert). Welche Form haben jene von $V(\vec{r}) = e^{-3 \arctan(9y^2/a^2 + 5 + x^2/a^2)}$?

Aufgabe 51: Gravitationspotential eines Stabes (2.5+1.5=4 Punkte)



(a) Welches gewöhnliche Integral liefert das Potential $V(\vec{r})$ der Kraft, die auf eine Probemasse m in der Umgebung eines Stabes wirkt? Der Stab erstrecke sich auf der z -Achse von 0 bis L , sei unendlich dünn, und habe konstante lineare Massendichte σ . [nützliche Variable: $x^2 + y^2 =: \rho^2$.] $V(\vec{r}) = ?$

[Hier ist nun zur Auswertung des Integrals der „Hauptsatz“ erlaubt. Wenn Sie eine Integral-tabelle benutzen, zitieren und testen (ableiten) nicht vergessen.]

(b) Lassen wir die Länge L anwachsen, so sollte das im WS bei Aufgabe 37 angegebene $V(\vec{r}) = \gamma m \sigma \ln(\sqrt{z^2 + \rho^2} - z)$ entstehen. Ist es so? (begründen!) Dieses Grenzfall- V hat sehr einfache Äquipotentialflächen (jene Flächen, auf denen V überall den gleichen Wert hat), nämlich welche?