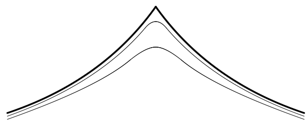
Übungen zu EMTP II	**Blatt Nr. 25**	03.07.2007

[Abgabe 10.07; alle Aufgaben dieses Blattes sind freiwillig]

Aufgabe 77: Physik per Fourier–Reihe: Temperatur–Berge schmelzen ab (3 Punkte)



Zum periodischen Zelt aus **Ü75** und **Ü76** setzen wir $h = T_0$ und sehen es als Start–Temperatur eines Mediums (D) an. Dann gilt wieder die Diffusionsgleichung $T(\vec{r}, t) = \mathrm{e}^{tD\Delta}\, T(\vec{r}, 0)$ [D ist konstant, Δ ist der Laplace-Operator]. Welche Zukunft $T(x,t)$ hat das Gebirge? Auch wenn wir $\dot{T}(0,t)$ bilden, bleibt noch die n–Summe stehen. Aber wenn wir über $t \to 0$ nachdenken (dominieren kleine oder große n?), fallen uns zwei Vereinfachungen ein, welche zum asymptotisch führenden Term führen, nämlich $\dot{T}(0, t\to 0) \to ?$ (Dimensionsprobe ? !) Zu $t \to 0$ ist auch interessant, wie sich die Krümmung $T''(0,t) \to ?$ verhält.

Aufgabe 78: Beispiel zur Fourier–Transformation (2+1+1=4 Punkte)

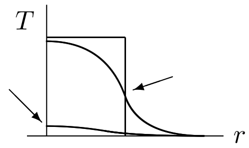
(a) Welche Fourier–Transformierte $\widetilde{f}(k)$ hat $f(x) = e^{-\gamma|x|}$?

(b) Wie folgt hieraus, daß $\int dk\, \frac{\cos(kx)}{\gamma^2+k^2} = \frac{\pi}{\gamma}\, e^{-\gamma|x|}$ ist ?

(c) Folglich ist $\int_0^\infty dk\, \frac{\sin(kx)}{k} = ?$

Aufgabe 79: Physik per Fourier–Transformation (2+1+2=5 Punkte)

(a) Heiße Kugel: $T(\vec{r},0) = T_0\, \theta(R-r)$. $\widetilde{T}(\vec{k},0) = ?$ Und folglich (per Diffusionsgleichung, s. **Ü77**) $T(\vec{r},t) = ?$ Das wilde $\int d^3k$–Integral, welches hier zunächst steht, läßt sich noch auf ein gewöhnliches k–Integral herunterkochen. Insbesondere herrscht am Ursprung die Temperatur $T(\vec{0},t) = \frac{2T_0}{\pi}\int_0^\infty dk\, \frac{\sin(kR) - kR\cos(kR)}{k}\, e^{-tDk^2}$ — richtig ?



(b) Fortsetzung zur heißen Kugel. T sinkt und sinkt — auch am Ursprung. Dort (links unten in der Skizze) interessiere der führende Term der Langzeit–Asymptotik, d.h. $T(\vec{0}, t\to\infty) \to ?$

(c) Für das (a)–Resultat schreiben wir jetzt $T(r,t)$, sowie $\partial_r T(r,t) =: T'(r,t)$. Bei $r = R$ sollte dieser Anstieg negativ sein und mit der Zeit abnehmen: $T'(R,t) = ?$ *Als challenge*: Wie reduziert sich $T'(R, t\to 0)$ auf $-T_0/\sqrt{4\pi D t}$?

Hinweise zur Klausur

- **Anmeldung in Listen (in Übung oder Vorlesung), oder per Email, bis 10.7.07**
- **Klausur I: 17.7.07 von 9:30–11:30 in H6 (mind. 10min vorher da sein)**
- **Klausur II: 9.10.07 von 9:30–11:30 in H6 (mind. 10min vorher da sein)**
- **erlaubt: eigene Ü-Lsn, Vorl-Skript, Physik mit Bleistift, Zusammenfassung, Spickzettel**
- **nicht erlaubt: Computer, Taschenrechner, Handy**
- **ca. 20 Seiten leeres Papier mitbringen, Name und Matr-Nr je oben rechts**
- **Studentenausweis und Personalausweis mitbringen**