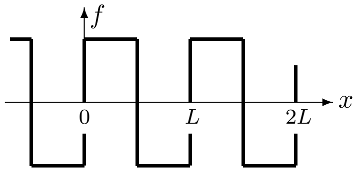
Übungen zu EMTP II	**Blatt Nr. 24**	26.06.2007

[Abgabe 03.07. *vor* der Vorlesung]

Aufgabe 74: Rechteckschwingung (2+1+1=4 Punkte)

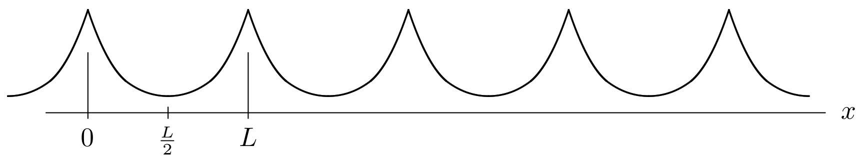


(a) Welche Fourier–Koeffizienten c_n hat die rechts skizzierte Funktion $f(x) = \left\{1 - 2\,\theta(x - \frac{L}{2}) \text{ in } (0, L)\ ;\ L\text{–periodisch sonst}\right\}$?

(b) Können Sie die $f(x)$–Summe rein reell schreiben? Zeigen ihre ersten zwei Terme (skizzieren Sie) bereits die richtige Tendenz?

(c) Es sei $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \ldots = \frac{\pi}{4}$, sagt Bronstein. Mit ihrem Ergebnis aus (b) können Sie nun zeigen, weshalb es stimmt.

Aufgabe 75: Periodisches Zelt (3+1=4 Punkte)



(a) Welche Fourier–Koeffizienten c_n hat die L–periodische Funktion $f(x)$, die für $0 < x < L$ durch $f(x) = h \cdot \cosh\left(\frac{2\alpha}{L}\left[\ x - \frac{L}{2}\ \right]\right)$ definiert ist? Welche reellen Koeffizienten f_0 , a_n , b_n hat sie folglich? Es ist anschaulich klar, welche Werte diese reellen Koeffizienten bei $\alpha = 0$ haben; nehmen auch ihre Resultate bei $\alpha \to 0$ diese Werte an?

(b) Das Resultat aus (a), aufgeschrieben in der Form $f(x) = \sum_n \ \ldots \ e^{i\,n\,\frac{2\pi}{L}\,x}$, enthält die drei Parameter L , h und α . Wie sind sie zu wählen und was ist dann zu tun, um die Fourier–Reihe von $g(x) = \{\cosh(x) \text{ für} - 1 < x < 1\ ;\ 2\text{–periodisch sonst}\}$ zu erhalten? Wie sieht letztere also aus?

Aufgabe 76: Fourier–Reihe gibt Summen (0.5+0.5+1+0.5+0.5+1=4 Punkte)

In **Ü75** haben Sie sich $h \cdot \cosh\left(\frac{2\alpha}{L}\left[\ x - \frac{L}{2}\ \right]\right)^{\text{in } (0,\,L)}_{L\text{–periodisch}} = \sum_n \frac{h\,\alpha\,\sinh(\alpha)}{(\pi n)^2 + \alpha^2}\, e^{i\,n\,\frac{2\pi}{L}\,x}$ erarbeitet, gültig natürlich auch für spezielle x–Werte.

(a) Also ist $S_1 = \sum_n \frac{(-1)^n}{(\pi n)^2 + \alpha^2} = ?$

(b) Zeigen Sie, daß auch $S_2 = \sum_n \frac{\alpha}{(\pi n)^2 + \alpha^2} = \frac{\cosh(\alpha)}{\sinh(\alpha)}$ richtig ist.

(c) Aus S_2 erhalten Sie nun $S_3 = \sum_n \frac{-\,x}{(\pi n)^2 - x^2} = ?$

(d) Wie erklärt es sich, daß $S_4 = \sum_n \frac{1}{\pi n + x}$ gleich S_3 ist ?

(e) Wie führt der Weg von S_4 zu $S_5 = \sum_n \frac{1}{2\pi n + x} = \frac{\cos(x/2)}{2\,\sin(x/2)} = \frac{\cos(x) + 1}{2\,\sin(x)}$?

(f) Wie verhilft einem S_5 schließlich zu $S_6 = \sum_n \frac{2\,x}{(2\pi n + y)^2 - x^2} = \frac{\sin(x)}{\cos(x) - \cos(y)}$?

[Hinweis zu (f): $\sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b) = \sin(a - b)$, und $2\sin(a)\sin(b) = \cos(a - b) - \cos(a + b)$. Und S_6 kann man sich ruhig in den Bronstein–Einband schreiben, weil man sie später einmal für die Energie–Bänder eines 1D Festkörpers (*Dirac–Kamm*) gebrauchen kann.]