

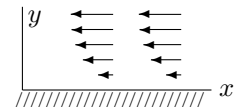
[ Abgabe 12.06. vor der Vorlesung ; am 07.06. finden keine Übungen statt ]

**Aufgabe 65:** Gradient (2+2+1=5 Punkte)

- (a) Bilden Sie vier mal den Gradienten, nämlich von  $\phi = y, yz, \frac{1}{r}$  und  $\vec{E} \cdot \vec{r}$  ( $\vec{E} = \text{const}$ ).
- (b) Wir sind in Zermatt, und sehen das Höhenprofil  $h = h_0 \arctan(f), f = e^{-x} + y^2$  (hier in dimensionslosen Einheiten). Welchen ungefähren Verlauf hat die Äqui- $h$ -Linie  $f = 2$ ? Längs welcher Kurve zeigt der 2D Gradient  $\nabla h$  genau nach Westen und entlang welcher anderen Kurve genau nach NW?
- (c) Kontrollieren Sie bitte in Zermatt noch, ob (wie es sich gehört)  $\nabla h$  bei  $(x, y) = (0, 1)$  senkrecht auf der dortigen Äqui- $h$ -Linie steht.

**Aufgabe 66:** Vier mal Rotation (1+1+1.5+1.5=5 Punkte)

- (a) Welche Beziehungen zwischen den vier Konstanten sorgen dafür, daß die ebene Wasserströmung  $\vec{v} = (Ax + By, Cx + Dy, 0)$  weder Wirbel noch Quellen hat? Wie nun zu speziell  $B = 0$  die Strömung aussieht, das zeige eine Skizze.
- (b)  $\nabla \times [\vec{A}(\vec{r}) \times \vec{r}] = 2\vec{A} - \vec{r} \operatorname{div} \vec{A} + r \partial_r \vec{A}$  — wie kommt das heraus? [geht zweizeilig]
- (c) Zu welchem  $\lambda$ -Wert ist das Blumenstrauß-Magnetfeld  $\vec{B} = \alpha (\lambda z \vec{r} - r^2 \vec{e}_3) / r^5$  (ausgenommen Ursprung) wirbelfrei?
- (d) Am Ufer ( $x$ -Achse) der Weser nimmt die Wirbelstärke zur Flußmitte hin ( $y$ -Richtung) ab:  $\operatorname{rot} \vec{v} = \vec{e}_3 \omega e^{-y/a}$ .  $\vec{v}(\vec{r}) = ?$  [Ansatz für  $\vec{v}(\vec{r})$ ?! Konstante beim Aufleiten physikalisch fixieren!]



**Aufgabe 67:** Feld zwischen parallelen Ebenen (2+1=3 Punkte)

- (a) Magnetostatik:  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ ,  $\nabla \times \vec{B} = \vec{j} \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$   
 Das Magnetfeld  $\vec{B}(\vec{r}) = (0, B[\theta(x) - \theta(x - a)], 0)$  soll hergestellt werden. [„Feld gegeben, Ursache ermitteln“ ist die denkbar einfachste Fragestellung. Ihr mechanisches Analogon lautet „ $\vec{r}(t)$  gegeben, Kraft (längs Bahn) ermitteln“.] Ist die Forderung möglich, d.h. erfüllt sie  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ ? Mit welcher Stromdichte  $\vec{j}(\vec{r})$  ist der Raum auszustatten? Wie läßt sich das Resultat mit ein paar  $\vec{B}$ - und  $\vec{j}$ -Pfeilen und zwei symbolischen Plattenrändern halbwegs perspektivisch darstellen?
- (b) Elektrostatik:  $\nabla \cdot \vec{E} = \rho \frac{1}{\epsilon_0}$ ,  $\nabla \times \vec{E} = \vec{0}$   
 Analog zu (a) [nur eine andere Komponente füllend] kann auch das elektrische Feld  $\vec{E}(\vec{r}) = ?$  eines Plattenkondensators angesetzt werden (positive Platte = Ebene  $x = 0$ , negative = Ebene  $x = d$ ). Prüfen Sie (geht im Kopf), ob  $\nabla \times \vec{E} = \vec{0}$  erfüllt ist. Mit welcher Ladungsdichte  $\rho(\vec{r})$  ist der Raum auszustatten?