Übungen zu EMTP II	**Blatt Nr. 19**	22.05.2007

[Abgabe 29.05. *vor* der Vorlesung]

Aufgabe 59: $\boxed{x\,y' + y \,=\, 2\,x}$ — fünf Wege nach Rom (0.5+0.5+0.5+1+0.5+1=4 Punkte)

Ausnahmsweise wird hier die Physik erst weiter unten nachgereicht. Zur obigen Dgl soll die allgemeine Lösung $y_{\text{allg}}(x)$ erhalten werden, und zwar unabhängig voneinander

(a) durch Lösen der hom. Dgl und Raten einer speziellen Lsg. der inhomogenen,

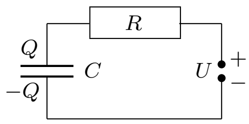
(b) als Anwendungsbeispiel zur P–Q–Formel,

(c) mittels *Neuer Funktion* u , $y = x + u$, und *Trennung der Variablen* (TdV),

(d) über *Neue Variable* τ , $x =: e^{\tau}$, und *Variation der Konstanten* (VdK),

(e) per sofortiger *Variation der Konstanten.*

(f) Physik: Am skizzierten RC–Glied wird zu $t = 0$ die konstante Spannung U angelegt, $Q(0) = 0$. Jemand schraubt ständig am Kondensator, so daß $C(t) = (1+\omega t)/(R\omega)$ ist. Allgemein gilt $L\,\ddot{Q} + R\,\dot{Q} + Q/C = U$. Aber hier ist $L{=}0$. Wie führt dies auf die y–Dgl ? Also ist $Q(t) = ?$



Aufgabe 60: Weltmodell I (1+2=3 Punkte)

Vielleicht läßt sich das aus $\boxed{\dot{N} = (G-S)N \ , \ N(0) = N_0}$ folgende Übervölkerungsproblem der Erde (N=Gesamtbevölkerung, G=Geburtenrate, S=Sterberate) dadurch entschärfen, daß man die Raten gemäß $G - S = \alpha/(1+\gamma t)^{\lambda}$ sanft angleicht ($\lambda > 0$).

(a) Welche Zukunft ergibt sich daraus? $N(t) = ?$

(b) Für welche Werte $\lambda > \lambda_0 = ?$ bleibt N bei $t \to \infty$ endlich ? Welche Lösung hat das N–Problem bei genau $\lambda = \lambda_0$? Sei $\lambda = 2$, $\alpha = \gamma$ und $N_0 = 6{,}6$ Mrd. , wie viele ($N_\infty \approx ?$) werden wir dann noch ?

Aufgabe 61: Mehr Dgln (1+1+2+1=5 Punkte)

(a) Welche allgemeine Lösung $y_{\text{allg}}(x)$ hat $y' + y = x$? [hom Lsg; spez Lsg raten ⇒ allg Lsg.]

(b) Welche allgemeine Lösung $y_{\text{allg}}(x)$ hat $y' + y^2 = e^x y^2$? [z.B. per TdV; oder neue Fkt $1/y$]

(c) Aus $\dfrac{1}{1+\omega t}\,\dot{v} + \gamma\,v = k$ soll $y' + x\,y = x$ werden. Wie geht das ? $y_{\text{allg}}(x) = ?$

(d) Können Sie aus dem nebenstehenden System zweier gekoppelter Dgln erster Ordnung *eine* Dgl zweiter Ordnung für $v_1(t)$ basteln? Wie lautet der ER für $v_1(t)$? Und dessen Lösung?

$$\dot{v}_1 = \omega\,v_2 \quad , \quad v_1(0) = 0$$
$$\dot{v}_2 = -\omega\,v_1 \quad , \quad v_2(0) = v_0$$