

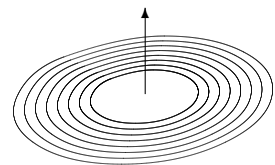
[Abgabe 22.05. vor der Vorlesung ; am 17.05. finden keine Übungen statt]

Aufgabe 56: Neun mal Delta (0.5+0.5+1+0.5+0.5+0.5+0.5+0.5+0.5=5 Punkte)

- (a) $\delta(x) = \alpha [\delta(x + \varepsilon) + \delta(x - \varepsilon)]$, $\alpha = ?$
- (b) $\delta(x) = \beta e^{-|x|/\varepsilon}$, $\beta = ?$
- (c) Welche Darstellung der Stufenfunktion $\theta(x)$ läßt sich aus $\tanh(x) := \sinh(x)/\cosh(x)$ basteln? Welche $\delta(x)$ -Darstellung folgt (per ∂_x) daraus?
- (d) Über welche definierende Eigenschaft (einen Positions-Parameter a und ein f enthaltend) sollte $\delta'(x)$ festgelegt werden?
- (e) $\delta(x - \varepsilon) - \delta(x + \varepsilon) = \gamma \delta'(x)$, $\gamma = ?$
- (f) 2D, $r =$ Polarkoordinate: $\delta(\vec{r}) = \kappa \delta(r - \varepsilon)$, $\kappa = ?$
- (g) 3D, $r =$ Kugelkoordinate: $\delta(\vec{r}) = \lambda \delta(r - \varepsilon)$, $\lambda = ?$
- (h) 3D, $\rho =$ Zylinderkoordinate: $\delta(\vec{r}) = \tau \delta(z) \delta(\rho - \varepsilon)$, $\tau = ?$
- (i) „Kraftstoß“ zur Zeit $t_0 > 0$: $m\dot{v} = p_0 \delta(t - t_0)$, $v(0) = v_0$ $v(t) = ?$

Aufgabe 57: Der Saturnring ist ein Draht und die Erde eine Scheibe (1.5+1.5+1=4 Punkte)

- (a) Welche 3D Massendichte $\rho(\vec{r})$ hat ein Kreis-Draht (M, R) , der in der xy -Ebene liegt? Der Versuch, in Zylinderkoordinaten ($\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\rho' = \sqrt{x'^2 + y'^2}$) sein Gravitationspotential $V(\vec{r})$ auszurechnen, bleibt bei einem gewöhnlichen Integral hängen, welchem? Aber auf der Symmetrieachse wirds einfach: $V_{\text{draht}}(0, 0, z) = ?$
- (b) Zu einer dünnen Kreisscheibe $(R, \text{in } xy\text{-Ebene})$ mit homogen verteilter Masse M interessiere von vornherein nur $V_{\text{sch}}(0, 0, z) = ?$ [Vorsicht: $\sqrt{a^2} = |a|$. Zu Ihrer Kontrolle: natürlich sollte V bei $z \rightarrow \pm\infty$ in $-\gamma m M/|z|$ übergehen.] Geht man mit m nahe an die Scheibe heran ($z \rightarrow +0$, $V \rightarrow ?$), so folgt $K_3^{\text{oberhalb}} = -\partial_z V = -m g_{\text{sch}}$ mit $g_{\text{sch}} = ?$
- (c) *Superposition.* Die soeben studierte Scheibe läßt sich aus Kreisdrähten mit Radius ρ und Masse $dM = ?$ zusammensetzen. Addieren (f) wir nun die zu diesen infinitesimalen Ursachen gehörigen Antworten $dV(0, 0, z)$, so sollten wir erneut beim (b)-Resultat ankommen — nicht wahr?



Aufgabe 58: Drei Quickies (1+1+1=3 Punkte)

- (a) $\partial_x \int_x^\infty dy e^{-\alpha y} = ?$ (a.1) sofort (a.2) erst \int auswerten, danach ∂_x
- (b) WS-Wdh: $\partial_x \frac{1}{r} = ?$, $\partial_x \frac{x}{r} = ?$ und $\partial_x \frac{x}{r} f'(r) = ?$
- (c) Unter $g(x) = \frac{\theta(x) x}{(1+x^2)^2}$ liegt die Fläche $J = ?$