Übungen zu EMTP II	**Blatt Nr. 15**	17.04.2007

[Abgabe 24.04 *vor* der Vorlesung]

Aufgabe 46: Schwingungsdauern T (1+1+1+1=4 Punkte)

$V(-x) = V(x)$, rechter Umkehrpunkt sei a. Dann ist $T = 4\sqrt{\frac{m}{2}} \int_0^a dx \, \frac{1}{\sqrt{E - V(x)}}$.
Vorweg: zu gegebenem $V(x)$ und a ist natürlich $E = ?$

(a) Test. Zum 1D Oszillator ist $V(x) = \frac{m}{2}\omega^2 x^2$ und es muß unbedingt $T = 2\pi/\omega$ herauskommen. Wie geht es dabei zu?

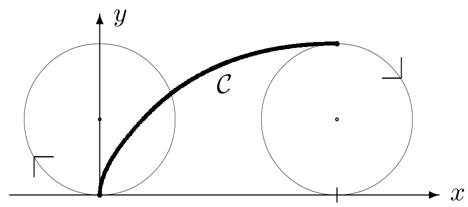
(b) Auch zu $V(x) = \beta\,|x|/a$ können wir unsere Integrierkunst testen. $T = ?$

(c) $V(x) = \beta\,\ln(|x|/a)$ — wie substituieren wir denn hier ? $T = ?$ [$\int_0^\infty dx\, e^{-x^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$]

(d) Und hier? Die Erde sei $\approx$ punktförmig und auf der N–S–Achse (x–Achse) durchbohrt. Ein kosmisches Teilchen (m) schwingt in $(-a, a)$ ständig hindurch: $T = ?$

Aufgabe 47: Zykloide (2+1+1+1=5 Punkte)

Die skizzierte Bahn $\mathcal{C}$ wird vom Randpunkt eines Rades (R) durchlaufen, das die x–Achse entlang rollt. Weil $\mathcal{C}$ bei jeder Winkelgeschwindigkeit des Rades entsteht, dürfen wir diese konstant $=: \omega$ setzen. $\vec{r}(t) = R \cdot (\ ?\ ,\ ?\ )$



Bei Teil (a) bis (d) empfiehlt sich $\omega t =: \tau$ als Parameter der Kurve, und natürlich $\sin(\tau) =: s$ etc.

(a) Welche Länge L hat das Kurvenstück $\mathcal{C}$? (Bronstein sagt $L = 4R$. Ob das stimmt?)

(b) Wenn eine Masse m mit viel Schwung ab Ursprung entlang $\mathcal{C}$ die Höhe $2R$ erreicht, nimmt ihre kinetische Energie ab: das System mußte Arbeit verrichten. Wie wertet sich das Arbeit–Kurvenintegral A längs $\mathcal{C}$ explizit aus? [Hier ist $R \ll R_{\rm Erde}$.]

(c) Welche Fläche F liegt im Intervall $(0\,,\,\pi R)$ unter der Kurve $\mathcal{C}$?

(d) Ob es sich bei $\mathcal{C}$ etwa um die Bahn einer Ladung (m, q) in den Feldern $\vec{E} = (0, E, 0)$, $\vec{B} = (0, 0, B)$ handelt? Prüfen Sie direkt nach, ob $\vec{r}(t)$ Newtons Bewegungsgleichung löst. Welche Winkelgeschwindigkeit ω und welchen Radius R hat also „das zugehörige Rad“?
[Newton? Felder? Am Anfang vom Kapitel 3 ...]

Aufgabe 48: Schiffschaukel — und $\int_{\mathcal{C}} d\vec{r} \cdot \vec{K}$ (3 Punkte)

Schützenfest. Der Kahn (m, punktförmig) wird zunächst langsam auf einem Kreis (R) von $(0, 0, R)$ nach Punkt 1 bei $(0, 0, 3R)$ gefahren. Und dort gehts nun los. Keine Reibung, das Gestänge ist masselos.

Rechnen Sie die (positive) Arbeit A, welche die Gravitationskraft am System bis zum Erreichen des Fußpunktes 2 verrichtet, explizit als Kurvenintegral aus.
Vorab notieren Sie natürlich, was dabei herauszukommen hat.