Übungen zu EMTP II **Blatt Nr. 14** 10.04.2007

[Abgabe 17.04 *vor* der Vorlesung]

Aufgabe 42: Integral ist Fläche (1+1+1+1+1+1+1+1=8 Punkte)

Elementare Umformungen (z.B. Verschieben, Skalieren, Potenzreihenentwicklung) und geometrisch–anschauliche Überlegungen (z.B. gerade/ungerade) reichen aus, um die Werte der folgenden acht Integrale zu ergründen. [„Hauptsatz“ hier verboten (und unrentabel)]

$$J_1 = \int_0^4 dx \left(5 - 3\,|x-2| \right) \quad , \quad J_2 = \int_0^3 dx \left[1 + \ln\Big(\frac{\sqrt{1+x^2}+1}{x} \Big) + \ln\Big(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} \Big) \right]$$

$$J_3 = \int_{-3}^4 dx \; \frac{2x - \sin^2(2x-1)}{\cos^2(2x-1)} \quad , \quad J_4 = \int_0^6 dx \left(\frac{1}{1+(x-4)^2} + \frac{(x-2)^2}{x^2-4x+5} \right)$$

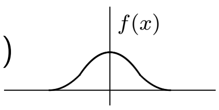
$$J_5 = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_0^{15\,\varepsilon} dx \; \frac{x\,\cosh(x) - \sinh(x)}{\varepsilon\, x^3} \quad , \quad J_6 = \lim_{a\to\infty} \int_a^{a+2} dx \left(x\sqrt{4+x^2} - x^2 \right)$$

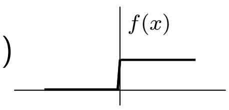
$$J_7 = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_0^{\varepsilon} dx \; \frac{2}{x\,\varepsilon^2} \left(\cosh(2x) - \sqrt{1 + 2\sqrt{6\,x\,\sinh(x) - 6x^2}} \right)$$

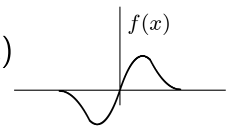
$$J_8 = -\beta\,\partial_\beta \ln\left(\int_0^\infty dx \; \frac{x}{e^{\beta x}+1} \right)$$

Aufgabe 43: Stammfunktionen malen (1+0.5+0.5=2 Punkte)

Skizzieren Sie zu den folgenden Funktionen je eine Stammfunktion:

(a) 

(b) 

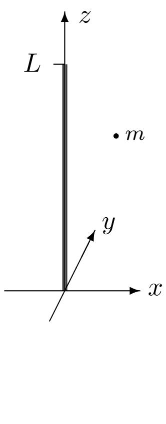
(c) 

Aufgabe 44: Stammfunktionen finden (1+1=2 Punkte)

Bestimmen Sie Stammfunktionen der folgenden Funktionen per „Kandidaten-Methode“:

(a) $\frac{2\cos(x)}{(3+\sin(x))^{1/3}} = \partial_x \left[\;\; ? \;\; \right]$ (b) $x\sin(x) = \partial_x \left[\;\; ? \;\; \right]$

Aufgabe 45: Gravitationspotential eines Stabes (2.5+1.5=4 Punkte)



(a) Welches gewöhnliche Integral liefert das Potential $V(\vec{r})$ der Kraft, die auf eine Probemasse m in der Umgebung eines Stabes wirkt? Der Stab erstrecke sich auf der z–Achse von 0 bis L, sei unendlich dünn, und habe konstante lineare Massendichte σ. [nützliche Variable: $x^2 + y^2 =: \rho^2$.] $V(\vec{r}) = \,?$

[Hier ist nun zur Auswertung des Integrals der „Hauptsatz“erlaubt. Wenn Sie eine Integraltabelle benutzen, zitieren und testen (ableiten) nicht vergessen.]

(b) Lassen wir die Länge L anwachsen, so sollte das im WS bei Aufgabe 34 angegebene $V(\vec{r}) = \gamma\, m\, \sigma \ln\big(\sqrt{z^2+\rho^2} - z\big)$ entstehen. Ist es so? (begründen!) Dieses Grenzfall–V hat sehr einfache Äquipotentialflächen (jene Flächen, auf denen V überall den gleichen Wert hat), nämlich welche?

- **Bitte heften Sie – falls Sie uns nicht schon vom WS06/07 bekannt sind – einen Zettel mit Name, Vorname, Matr-Nr. und Studienfach an, den wir abreißen und behalten dürfen.**
- **Auf der Bearbeitung selbst vermerken Sie bitte – auch künftig – oben rechts Ihren Namen, sowie das Kürzel Ihres Tutors (SG/BJ/DR/DS/WU), bzw (V) bei Abholung in der Vorlesung.**
- **Es sind a l l e Aufgaben zu lösen, und zwar a l l e i n .**
- **Klausur am Dienstag, dem 17. 7. 2007.**