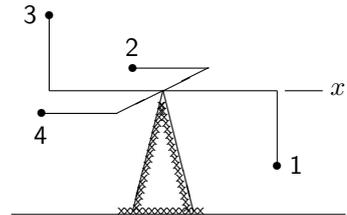


Aufgabe 13: Schützenfest (4+1=5 Punkte)

Die Lösung $\vec{r}(t) = (RC - \rho s S, RS + \rho s C, -\rho c)$ zur Übung 11 (c) gefällt den Schaustellern sehr. Sie setzen $\rho = R$ und $\Omega = \omega$ (so daß $S = s := \sin(\omega t)$ und $C = c$ ist) und bauen das Karussell auf: $\vec{r}(t) = R(c - s^2, s + s c, -c)$.

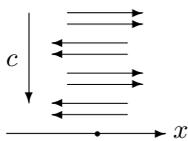


(a) Etwas skeptisch, ob das gut geht, bilden wir $\dot{\vec{r}} := \vec{v}$ und $\ddot{\vec{r}} := \vec{a}$. Deren Betragsquadrate v^2, a^2 lassen sich vereinfachen ($\sim \text{zahl} \pm (\text{trig} + \text{zahl})^2$), so daß sich die Extrema v_{\max}^2 und a_{\max}^2 ablesen lassen. Wenn $R = \sqrt{10} m$ und $\omega = \sqrt{5} s^{-1}$, wie rasant (v_{\max}) wird es dann? Wieviele g sind auszuhalten? An welcher der numerierten Stellen wird es so „bedrückend“?

Tip: stets sofort s^2 durch $1 - c^2$ ersetzen. Zahlenwerte: $\sqrt{50} \approx 7, g \approx 10 m s^{-2}$

(b) Um $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ zu überprüfen (mit obigem \vec{r}), setzen wir $\vec{\omega}$ additiv zusammen aus $\vec{\omega}_1$ („Erd“-Drehung um z-Achse) und aus der Drehung $\vec{\omega}_2(t)$ um die sich zeitlich ändernde „Karussell“-Achse. Kommt das bei (a) erhaltene $\vec{v}(t)$ wieder heraus?!

Aufgabe 14: Lichtwelle — 1D Newton mit $K(t)$ (3 Punkte)



Ein geladenes Teilchen (Masse m) gleitet zunächst reibungsfrei und kräftefrei auf der x -Achse mit $v_0 > 0$ vor sich hin und erreicht zur Zeit $t = 0$ den Ursprung. Ab jetzt aber wird es ständig von einer senkrecht einfallenden ebenen elektromagnetischen Welle getroffen, so daß es die Kraft $\vec{K}(t) = -m k \sin(\omega t)$ erfährt. Wir vervollständigen den Eindeutigkeitsrahmen (ER)

$\ddot{x} = -k \sin(\omega t), \dot{x}(0) = \quad, x(0) = \quad$, erhalten mittels Ansatz die Lösung $x(t)$ des Problems und können nun sagen, welche Startgeschwindigkeit v_0 erforderlich war, damit das Teilchen eine *harmonische Schwingung* [Zeitabhängigkeit periodisch] ausführt.

Aufgabe 15: Fußball — 2D Newton mit $\vec{K}(t)$ (4 Punkte)

Ein Ball (m) startet bei $\vec{r}(0) = (0, 0)$ mit Geschwindigkeit $\vec{v}(0) = (0, v_0)$. Er wird von starkem Seitenwind wechselnder Richtung erfaßt, so daß zusätzlich zur Erdanziehung auch noch die Kraft $\vec{F} = mg(1 - \lambda t, 0)$ auf ihn wirkt, wobei $\lambda = 3g/(2v_0)$ sei.

Schreiben Sie je einen ER für $x(t)$ und $y(t)$, und lösen diese.

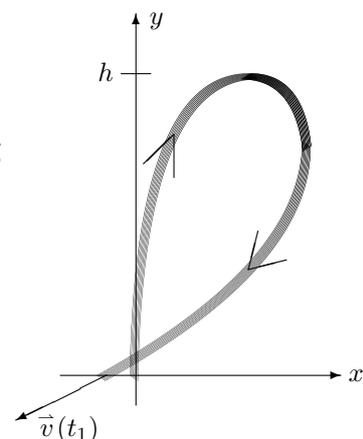
Zu welcher Zeit t_0 erreicht der Ball welche größte Höhe h ?

Wann (t_1) und wo ($x(t_1)$) kehrt er zur Erde zurück?

Und welche Geschwindigkeit $\vec{v}(t_1)$ hat er dann?

Die nebenstehende Skizze ist qualitativ nicht ganz richtig.

Korrigieren Sie sie!



- Integrale sind uns (noch) unbekannt, hier unrentabel und darum zu diesem Blatt verboten.

((Wie könnte es mit Integralen laufen? Am Ende hätte man sie auszuwerten. Wie eigentlich, falls das überhaupt möglich ist, — mittels Ansatz! Aha. Na dann doch lieber gleich. Sobald übrigens \vec{K} auch von \vec{r} abhängt, ist es ohnehin aus mit einem blinden „Integrale darüber werfen“. Aber Ansätze funktionieren weiterhin.))