

# Einführung in die Physik II (für Nicht-PhysikerInnen)

## Hausaufgaben Woche 13

24 – 28 Juni 2019

1. Ein Tierknochenfragment, das in einer archäologischen Ausgrabungsstätte gefunden wurde, besitzt eine Kohlenstoffmasse von 200 g. Man registriert eine Aktivität von 16 Zerfällen pro Sekunde. Wie alt ist der Knochen? (Das  $^{14}\text{C}$  zu  $^{12}\text{C}$  Verhältniss in die Erdatmosphäre ist  $1,3 \cdot 10^{-12}$  und die Halbwertszeit von  $^{14}\text{C}$  ist 5730 Jahre. Die molare Masse von C ist 12 g.)

### Lösung:

Die ursprüngliche Anzahl an  $^{14}\text{C}$  Kernen  $n_0$ , berechnen wir aus der Gesamtzahl an C Kernen (es gibt  $6,02 \cdot 10^{23}$  C Kerne in 12 g C und deshalb  $6,02 \cdot 10^{23} \cdot 200/12$  C Kerne in 200 g C) und das  $^{14}\text{C}$ - $^{12}\text{C}$  Verhältnis:

$$n_0 = \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{12 \text{ g}} \cdot 200 \text{ g} \cdot 1,3 \cdot 10^{-12} = 1,3 \cdot 10^{13}.$$

Mit der Halbwertszeit von 5730 Jahre berechnen wir die Zerfallskonstante:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 3,833 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}.$$

Hiermit können wir jetzt die ursprüngliche Zerfallsrate berechnen:

$$R_0 = \lambda n_0 = 3,8833 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1} \cdot 1,3 \cdot 10^{13} = 49,83 \text{ Bq}.$$

Das Alter des Knochens ergibt sich dann aus

$$R(t) = R_0 e^{-\lambda t},$$

sodass wir die folgende Gleichung ableiten können:

$$t = \frac{\ln R_0/R(t)}{\lambda} = 2,96 \cdot 10^{11} \text{ s},$$

was also ungefähr 9400 Jahre entspricht.

2. Wie groß ist die (kinetische) Energie eines  $\alpha$ -Teilchens, das beim Zerfall von  $^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb} + \alpha$  emittiert wird? Beachten Sie in diesem Falle den Rückstoß des Tochterkerns (bzw. des  $^{206}_{82}\text{Pb}$  Teilchens).

(Die Masse von  $^{210}_{84}\text{Po}$  ist 209,982857 u, die von  $^{206}_{82}\text{Pb}$  ist 205,974449 u und die von  $^4\text{He}$  ist 4,002603 u. Die Geschwindigkeit des Poloniums kann als Null angenommen werden.)

### Lösung:

Die kinetische energie der Endprodukte ist:

$$E_{\text{kin},\alpha} + E_{\text{kin},\text{Pb}} = Q = (209,982857 - 205,974449 - 4,002603) u \cdot c^2 = 5,41 \text{ MeV}.$$

Wegen der Impulserhaltung gilt:

$$\vec{p}_\alpha = -\vec{p}_{\text{Pb}}.$$

Deshalb gilt:

$$E_{\text{kin,Pb}} = \frac{p_{\text{Pb}}^2}{2m_{\text{Pb}}} = E_{\alpha} \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Pb}}}.$$

Also:

$$E_{\text{kin},\alpha} \left( 1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Pb}}} \right) = 5,41 \text{ MeV}.$$

Weil  $1 + m_{\alpha}/m_{\text{Pb}} = 1,02$ , wird dies:

$$E_{\text{kin},\alpha} = \frac{5,41 \text{ MeV}}{1,02} = 5,31 \text{ MeV}.$$