

Einführung in die Physik II (für Nicht-PhysikerInnen)

Hausaufgaben Woche 8

20 – 24 Mai 2019

1. Das Elektron eines Wasserstoffatoms hat die Masse m , den Impuls p und einem Abstand r von dem Proton. Die Gesamtenergie dieses Elektrons ist gegeben durch:

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Nehmen Sie an, der Minimalwert des Impulsquadrats sei $p^2 \approx (\Delta p)^2 = \hbar^2/r^2$, wobei Δp die Unsicherheit von p ist.

Bestimmen Sie die Gleichung für die Energie des Elektrons mithilfe des Minimalwerts des Impulsquadrats und nutzen Sie diese Gleichung um den Radius r_0 zu berechnen, bei dem diese Energie minimal ist.

Lösung:

Für $p^2 \approx \hbar^2/r^2$ wird die Gleichung der Energie zu:

$$E = \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Um den Radius der minimalen Energie zu finden, leiten wir diese Gleichung nach r ab:

$$\frac{dE}{dr} = \frac{-\hbar^2}{mr^3} + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Die Gleichung wird auf null gesetzt und nach r aufgelöst:

$$\frac{-\hbar^2}{m} + \frac{re^2}{4\pi\epsilon_0} = 0$$

und:

$$r_0 = \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{me^2}.$$

Mit den Werten $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Js, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ As, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm und $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, erhalten wir:

$$r_0 = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m},$$

was genau dem ersten Bohrschen Radius entspricht.

2. Geben Sie die Elektronenkonfiguration von Kohlenstoff ($Z = 6$), Sauerstoff ($Z = 8$) und Phosphor ($Z = 15$) an.

Lösung:

C: $1s^2 2s^2 2p^2$

O: $1s^2 2s^2 2p^4$

P: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$.