Einführung in die Physik II (für Nicht-PhysikerInnen)
Hausaufgaben Woche 4

22–26 April 2019

1. Bei seinen Versuchen verwendete Compton Photonen mit einer Wellenlänge von 0,700 Å bis 0,0250 Å. (NB: 1 Å $= 10^{-10}$ m.)
   (a) Welche Energie hatten die Photonen die Compton benutzt hat?

Lösung:
Hierzu nutzen wir die Einstein'sche Gleichung für die Photonenenergie: $E = {}^{hc}/_{\lambda}$. Dies ergibt:

$$E_{\text{min}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{max}}} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot 2,9979 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}}{0,700 \cdot 10^{-10}\,\text{m}} = 2,84 \cdot 10^{-15}\,\text{J}$$

und

$$E_{\text{max}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{min}}} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot 2,9979 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}}{0,0250 \cdot 10^{-10}\,\text{m}} = 7,95 \cdot 10^{-14}\,\text{J}.$$

Die Energie der benutzten Photonen lag also zwischen $2,84 \cdot 10^{-15}$ J und $7,95 \cdot 10^{-14}$ J.
(Diese Werte können auch in eV umgerechnet werden, indem die Werte in J mit $6,2415 \cdot 10^{18}$ multipliziert werden. Der Energiebereich der benutzte Photonen liegt dann zwischen $1,77 \cdot 10^{4}$ eV und $4,96 \cdot 10^{5}$ eV.)

   (b) Wie groß ist die Wellenlänge der Photonen, die in einem Winkel von $\theta = 180\,°$, also entgegen der Einfallsrichtung, gestreut werden?

Lösung:
Unter der Annahme, dass die Elektronen am Anfang stillstehen, können wir die Wellenlänge mit der Compton-Gleichung berechnen:

$$\lambda_{\text{Ende}} = \lambda_{\text{Anfang}} + \lambda_{\text{Compton}}\,(1 - \cos\theta) = \lambda_{\text{Anfang}} + 2\lambda_{\text{Compton}}.$$

Mit $\lambda_{\text{Compton}} = 2,426 \cdot 10^{-12}$ m und λ_{Anfang} gegeben zwischen $7,00 \cdot 10^{-11}$ m und $2,50 \cdot 10^{-12}$ m, finden wir dass die Wellenlänge nach der Reflexion zwischen $7,35 \cdot 10^{-12}$ m und $7,49 \cdot 10^{-11}$ m liegt.

   (c) Wie hoch ist die Energie eines unter diesem Winkel gestreuten Photons?

Lösung:
Gleich zur Teilaufgabe a) berechnen wir:

$$E_{\text{min,Ende}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{max,Ende}}} = 2,65 \cdot 10^{-15}\,\text{J}$$

und:

$$E_{\text{max,Ende}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{min,Ende}}} = 2,70 \cdot 10^{-14}\,\text{J}.$$

(Oder, in eV: zwischen $1,69 \cdot 10^{5}$ eV und $1,65 \cdot 10^{4}$ eV.)

2. Die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \left(E_{\text{pot}}(x) - E_{\text{mech}}\right)\psi(x) = 0$$

kann mit der Funktion $\psi(x) = \psi_0 \exp(ikx)$ gelöst werden. Bestimme k.

Lösung:

Die vorgeschlagene Funktion hat als zweite Ableitung nach x:

$$\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} = (ik)^2 \psi_0 \exp(ikx) = -k^2 \psi(x).$$

Die Schrödinger-Gleichung lässt sich dann wie folgt schreiben:

$$\frac{\hbar^2}{2m} k^2 \psi(x) + (E_{\text{pot}}(x) - E_{\text{mech}}) \psi(x) = 0.$$

Es folgt:

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = E_{\text{mech}} - E_{\text{pot}}(x)$$

weshalb:

$$k = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \sqrt{E_{\text{mech}} - E_{\text{pot}}(x)} = \frac{2\pi}{\mathrm{h}} \sqrt{2m\,(E_{\text{mech}} - E_{\text{pot}}(x))}.$$