Einführung in die Physik II (für Nicht-PhysikerInnen)
Hausaufgaben Woche 2

08–12 April 2019

1. Ein Raumschiff mit einer Ruhelänge von $1,30 \cdot 10^2\,\mathrm{m}$ fliegt mit einer Geschwindigkeit von 0,740 c an einer Zeitmessstation vorbei.

   (a) Welche Länge des Raumschiffs wird von der Station aus gemessen?

   > **Lösung:** Die Ruhelänge $L' = 1,30 \cdot 10^2\,\mathrm{m}$ des Raumschiffs und seine Länge L, wie sie von der Zeitmessstation gemessen wird, stehen über $L = {}^{L'}\!/_{\gamma} = L'\sqrt{1-\beta^2}$ in Beziehung, wobei $\gamma = {}^{1}\!/_{\sqrt{1-\beta^2}}$ und $\beta = {}^{v}\!/_{c}$ sind. Also gilt:
   >
   > $$L = 130\,\mathrm{m}\sqrt{1-0,740^2} = 87,4\,\mathrm{m}.$$

   (b) Welche Zeit vergeht auf den Uhren der Station zwischen dem Vorbeiflug des Bugs und dem des Hecks?

   > **Lösung:** Das Zeitintervall für den Vorbeiflug des Raumschiffs ist:
   >
   > $$\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{87,4\,\mathrm{m}}{0.740 \cdot 2,998 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}} = 3,94 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{s}.$$

2. (a) Reicht die normale Lebenszeit einese Menschen aus, um (im Prinzip) von der Erde bis zum Mittelpunkt der Milchstraße (23.000 Lichtjahre entfernt) zu reisen? Erläutern Sie Ihre Antwort mithilfe der Zeitdilatation oder der Längenkontraktion.

   > **Lösung:** Ja, das sollte – rein theoretisch – reichen. Wegen der Zeitdilatation, würde die Eigenzeit immer niedriger sein als die Zeit, die von der Erde aus beobachtet wird. Im Bezugssystem der Erde brauch das Licht 23.000 Jahre um von der Erde zum galaktischen Zentrum zu reisen. Für das Licht steht die Zeit jedoch still ($\gamma \to \infty$ für $v \to c$). Deshalb wird die Eigenzeit beliebig klein, wenn die Geschwindigkeit sich c annähert.

   (b) Mit welcher konstanten Geschwindigkeit müsste man sich bewegen, um diese Entfernung in 30 Jahren (Eigenzeit) zurückzulegen? (Nehmen Sie an, dass es 8 signifikante Stellen gibt.)

   > **Lösung:** Um einen Distanz von 23.000 Lichtjahren zurückzulegen, dauert (im Erdgebundenen Bezugssystem) $\Delta t = 23000{}^{c}\!/_{v}$ Jahre. Im bewegtem Bezugssystem sollte diese Zeitspanne nur $\Delta t' = 30$ Jahre umfassen. Nutzen wir jetzt $\Delta t = \gamma \Delta t'$, dann finden wir:
   >
   > $$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{23000{}^{c}\!/_{v}}{30} = \frac{2300}{3\beta}.$$
   >
   > Hieraus folgt:
   >
   > $$3\beta = 2300\sqrt{1-\beta^2}.$$
   >
   > deshalb:
   >
   > $$9\beta^2 = 2300^2\left(1-\beta^2\right).$$

und:

$$\beta^2 = \frac{2300^2}{9 + 2300^2}$$

$$\beta = \frac{2300}{\sqrt{9 + 2300^2}} = 0,99999915.$$

Die benötigte Geschwindigkeit ist also fast gleich der Geschwindigkeit des Lichts, bzw.: $v = 0,99999915 \cdot c = 0,99999915 \cdot 2,99792458 \cdot 10^8 \mathrm{m/s} = 2,9979220 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}$.