Einführung in die Physik I (für Nicht-PhysikerInnen)
Probeklausur (Übungen Woche 12)

07 - 11 Januar 2019

Während der Klausur darf jeder *drei, handgeschriebenen* DIN A4 Blätter (bzw. 6 DIN A4 Seiten) mit einer selbstgeschriebenen Kurszuzammenfassung, inkl. Formeln und Konstanten, sowie einen Taschenrechner (*ohne* kommunikationsmöglichgkeiten – bei Zweifel, bitte die Tutoren den Taschenrechner überprüfen lassen während die Tutorien) benutzen. Smartphones, Handys, Computer und Rechner mit Internet-zugang bzw. Kommunikationsfähigkeiten, sind *nicht* erlaubt.
Bitte schreib Ihre Name und Matrikelnummer *auf jeder Seite.* Seiten ohne Name und Matrikelnummer werden nicht benotet.

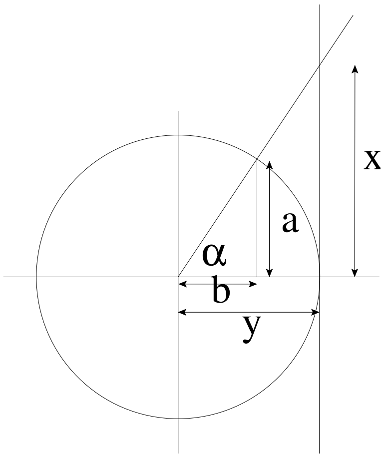
Name und Matrikelnummer: ______________________

Aufgabe:	Punkte:	Erreicht:
1	3	
2	3	
3	3	
4	3	
5	3	
6	3	
7	3	
8	3	
9	3	
10	3	
Summe:	30	

Aufgabe:	Punkte:	Erreicht:
11	15	
12	15	
13	15	
14	15	
15	15	
16	15	
Summe:	90	

Endsumme: /120

1. Der Radius des Kreises in der untenstehenden Abbildung ist 1. Dann gilt das folgende: (3 Punkte)



- ◯ $\sin = 1$, $\cos = 0$
- ◯ $\sin\alpha = {}^{b}/_{a}$, $\cos\alpha = {}^{x}/_{y}$
- √ **$\sin\alpha = a$, $\cos\alpha = b$, $\tan\alpha = {}^{x}/_{y}$**
- ◯ $\tan\alpha = {}^{a}/_{b}$, $\cos\alpha \approx \alpha$
- ◯ Keine der vorstehenden Antworten
- ◯ Mehrere der vorstehenden Antworten sind richtig.

2. Wie viele signifikante Stellen hat das Ergebnis von (3 Punkte)

$$\frac{0,0035 \cdot 103}{\sqrt{5200}} + 101$$

- ◯ 1
- ◯ 2
- √ **3**
- ◯ 4
- ◯ 5
- ◯ 6
- ◯ Keine der vorstehenden Antworten

3. Was ist die Lösung der folgenden Gleichung: (3 Punkte)

$$\frac{0,00350 \cdot 103}{\sqrt{5200}}$$

- ◯ $0,005$
- ◯ $5,0 \cdot 10^{-3}$
- ◯ $4,99 \cdot 10^{-3}$
- ◯ $4,999 \cdot 10^{-3}$
- ◯ Mehrere der vorstehenden Antworten sind richtig.
- √ **Es kann nicht mit Sicherheit gesagt worden, dass eine der vorstehenden Antworten richtig ist.**

4. Welches der Folgenden ist eines der Newton'sche Axiome? (3 Punkte)
   - ◯ Die Umlaufbahnen aller Planeten haben die Form einer Ellipse, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.
   - √ **Die Beschleunigung eines Körpers ist direkt proportional zu der auf ihn wirkenden Gesamtkraft, wobei die Proportionalitätskonstante der Kehrwert der Masse ist. Somit gilt $\vec{F} = m\vec{a}$ mit $\vec{F} = \Sigma \vec{F}_\mathrm{i}$.**
   - ◯ Bewegt sich ein Teilchen mit der Geschwindigkeit $\vec{v}^\mathrm{A}$ in Bezug auf das Bezugssystem A, welches sich selbst mit $\vec{v}_\mathrm{A}^\mathrm{B}$ bewegt, beträgt die Geschwindigkeit des Teilchens in Bezug auf B: $\vec{v}^\mathrm{B} = \vec{v}^\mathrm{A} + \vec{v}_\mathrm{A}^\mathrm{B}$.
   - ◯ Trägheits- oder Scheinkräfte treten auf, wenn sich der Beobachter in einem beschleunigten System befindet. Ein Beispiel dafür ist ein rotierendes System.
   - ◯ Keine der vorstehenden Antworten.
   - ◯ Mehrere der vorstehenden Antworten.

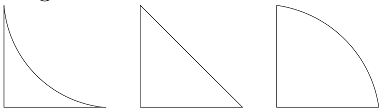
5. Kraft steht zu Drehmoment so wie Masse zu: (3 Punkte)
   - √ **Trägheitsmoment**
   - ◯ Winkelbeschleunigung
   - ◯ Drehbewegung
   - ◯ Drehimpuls
   - ◯ Winkelgeschwindigkeit
   - ◯ Keine der vorstehenden Antworten

6. Eine Welle hat der Gleichung $y(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$. Wie heißt A in dieser Gleichung? (3 Punkte)
   - ◯ die Phase
   - ◯ der Kreisfrequenz
   - ◯ das Wellenzahl
   - ◯ der Schwingungsdauer
   - √ **die Amplitude**

7. Was ist die Phase einer Welle mit Gleichung $y(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$? (3 Punkte)
   - ◯ $y(x,t)$
   - ◯ A
   - ◯ kx
   - √ $kx - \omega t$
   - ◯ ωt

8. Der Kreisfrequenz steht zu der Schwingungsdauer so wie das Wellenzahl zu: (3 Punkte)
   - √ **der Wellenlänge**
   - ◯ die Periode
   - ◯ die Frequenz
   - ◯ die Kreisfrequenz
   - ◯ Keine der vorstehenden Antworten

9. Die Abbildung zeigt drei Schienen von denen Kugeln abgerollt werden. Die Kugel sind alle identisch und werden auch gleichzeitig vom oberen der Schienen losgelassen. In welche Reihenfolge werden die Kugeln unten ankommen? (3 Punkte)



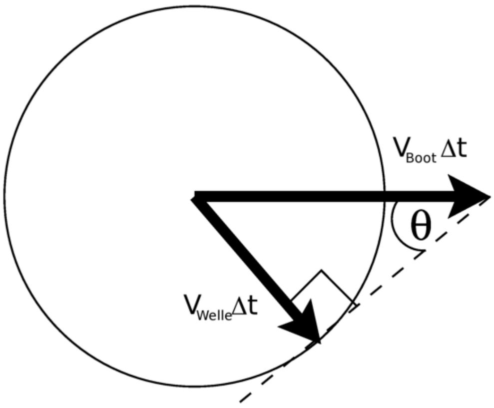
1 2 3

   - ◯ alle gleichzeitig
   - ◯ 3 dann 2 dann 1
   - ◯ 2 als erste, 1 und 3 erst später
   - √ **1 dann 2 dann 3**
   - ◯ Keine der vorstehenden Antworten

10. “Mechanische Energie” ist: (3 Punkte)
   - ◯ die kinetische Energie eines Systems
   - ◯ die potentielle Energie eines Systems
   - √ **die Summe der kinetischen und potentiellen Energie eines Systems**
   - ◯ die elektrische Energie eines Systems
   - ◯ die Summe der potentiellen und chemischen Energie eines Systems
   - ◯ Mehrere der vorstehenden Antworten sind richtig
   - ◯ Keine der vorstehenden Antworten.

11. Ein Boot, dass sich mit 15,1 m/s auf einem ruhigen See bewegt, erzeugt eine Bugwelle mit einem Winkel von 14 ° bezüglich seiner Bewegungsrichtung. Wie groß ist die Geschwindigkeit der Bugwelle? (15 Punkte)

Lösung: Der Winkel der Bugwelle ist definiert durch die Geschwindigkeiten des Boots und der Welle (wie in Abbildung 1 dargestellt).



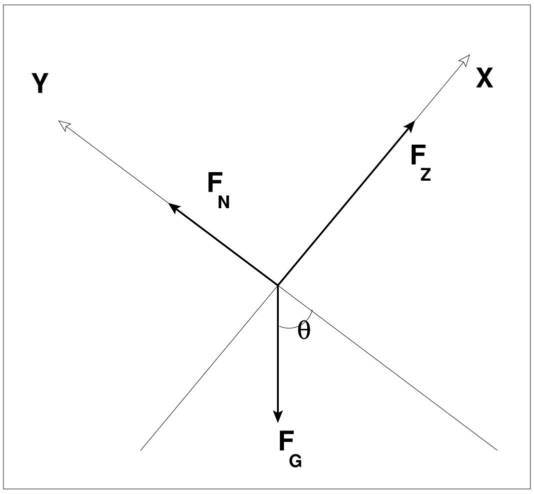
Es ergibt sich:

$$\sin(\theta) = \frac{v_{\text{Welle}}\Delta t}{v_{\text{Boot}}\Delta t}.$$

und hieraus folgt: $v_{\text{Welle}} = \sin(\theta) v_{\text{Boot}} = 3,7\,\text{m/s}$.

12. Ein Block wird auf einer reibungsfreien Neigung durch ein Kabel still gehalten. (15 Punkte)

(a) Wie groß sind die Zugkraft im Kabel und die von der Neigung ausgeübte Normalkraft, wenn $\theta = 50°$ und $m = 75\,\mathrm{kg}$? (8 Punkte)



Lösung: Die Kräfte, die auf den Block einwirken, können wie in die Abbildung dargestellt werden.

Der Block wird durch die auf ihn wirkenden Kräfte im Gleichgewicht gehalten. Daher gilt $\vec{F_Z} + \vec{F_N} + \vec{F_G}$, wobei $\vec{F_Z}$ die Zugkraft , $\vec{F_N}$ die Normalkraft und $\vec{F_G}$ die Gravitationskraft ist. Wählen wir ein Koordinatensystem mit der positiven $X-$Richtung entlang der Zugkraft und der positiven $Y-$Richtung entlang der Normalkraft, dann können wir in der $X-$Richtung die folgende Gleichung angeben:

$$\Sigma_i F_{\mathrm{x,i}} = m a_{\mathrm{x}},$$

mit $a_{\mathrm{x}} = 0$ weil der Block still gehalten wird. Zerlegen wir dann die Gravitationskraft, wie in der obenstehenden Figur gezeigt, bekommen wir:

$$F_{\mathrm{Z}} = F_{\mathrm{G}} \cdot \sin\theta$$

Mit der Gravitationskraft gegeben als $F_{\mathrm{G}} = m \cdot g$ mit $g = 9,81\,\mathrm{m/s^2}$ und $m = 75\,\mathrm{kg}$ erhalten wir:

$$F_{\mathrm{Z}} = 563,62\,\mathrm{N}.$$

Weil es nur zwei signifikante Stellen gibt ist die Lösung:

$$F_{\mathrm{Z}} = 5,6 \times 10^2\,\mathrm{N}.$$

Neben der Zugkraft war auch nach der Normalkraft gefragt. Hierzu betrachten wir die Kräfte in $Y-$Richtung:

$$\begin{aligned} \Sigma_i F_{\mathrm{y,i}} &= m \cdot a_{\mathrm{y}} \\ F_{\mathrm{N}} - F_{\mathrm{G}} \cdot \cos(\theta) &= 0 \end{aligned}$$

und mit $F_{\mathrm{G}} = m \cdot g$ ergibt sich:

$$F_{\mathrm{N}} = F_{\mathrm{G}} \cdot \cos\theta = m \cdot g \cdot \cos\theta = 472,93\,\mathrm{N}.$$

Mit zwei signifikanten Stellen lautet die Antwort also:

$$F_{\mathrm{N}} = 4,7 \times 10^2\,\mathrm{N}.$$

(b) Ermitteln Sie die Zugkraft als Funktion von θ und m und überprüfen Sie ihr Ergebnis für die Spezialfälle $\theta = 0°$ und $\theta = 90°$ auf Plausibilität. (7 Punkte)

Lösung: Die Antwort folgt direkt aus Aufgabeteil a:

$$F_{\mathrm{Z}} = m \cdot g \cdot \sin\theta.$$

Für den Fall, dass $\theta = 0$ bekommen wir $F_{\mathrm{Z}} = 0$, was auch Sinn macht, da der Block in diesem Fall einfach horizontal auf der Erde liegt.
Wenn $\theta = 90^\circ$ wird $F_{\mathrm{Z}} = m \cdot g = F_{\mathrm{G}}$. D.h. die Zugkraft ist jetzt gleich der Schwerkraft, was zu erwarten war, weil der Block jetzt völlig vertikal an dem Kabel hängt.

13. Galileo Galilei zeigte, dass die Reichweite von zwei Geschossen, die den Abschusswinkel von 45° um den gleichen Betrag über- und unterschreiten, auf ebenem Feld unter Vernachlässigung der Luftreibung jeweils gleich ist. (15 Punkte)

(a) Beweisen Sie Galileis Aussage. (10 Punkte)

Lösung: Bei Vernachlässigung des Luftwiderstands ist die Beschleunigung des Geschosses konstant. Damit gilt die Formel für die Reichweite beim schrägen Wurf mit gleicher Anfangs- und Endhöhe:

$$R = \frac{v_0^2}{g}\sin(2\theta_0).$$

Wir betrachten eine Abweichung um $\pm\Delta\theta$ vom 45°-Winkel:

$$R = \frac{v_0^2}{g}\sin(90^\circ \pm 2\Delta\theta).$$

Weil $\sin\alpha$ symmetrisch um $\alpha = 90^\circ$ ist, wissen wir, dass $\sin(90^\circ + 2\Delta\theta) = \sin(90^\circ - 2\Delta\theta)$. Deshalb ist auch die Reichweite in beide Fällen gleich.

(b) Falls die Luftreibung nicht vernachlässigbar ist, aber proportional zur Länge der Flugbahn: Unter welchem Abschusswinkel wird das Geschoss dann eine größere Reichweite haben – bei 40° oder bei 50°? (5 Punkte)

Lösung: In beiden Fällen hat das Geschoss ohne Reibung dieselbe Reichweite, aber bei Abschuss unter 50° ist der Höhepunkt der Flugbahn höher, daher muss die Flugbahn des Geschosses hier insgesamt länger sein. Deshalb wird das Geschoss in diesem Fall mehr Luftreibung erfahren und nicht so weit kommen wie bei einem Abschuss unter 40°.

14. Ein langes Seil mit einer linearen Massendichte von 0,23 kg/m unterliegt einer konstanten Spannkraft von 12 N. Ein Motor am Punkt $x = 0$ bewegt harmonisch ein Ende des Seils mit 3,5 Schwingungen pro Sekunde und einer Amplitude von 5,3 cm. (15 Punkte)

(a) Wie groß ist die Wellengeschwindigkeit? (4 Punkte)

Lösung: Die Wellengeschwindigkeit ist gegeben durch: $v = \sqrt{F/\mu}$ wobei F die Spannkraft ist und μ die lineare Massendichte. Wir bekommen deshalb: $v = 7,2\,\mathrm{m/s}$.

(b) Wie groß ist die Wellenlänge? (4 Punkte)

Lösung: Die Wellenlänge kann von der Frequenz und der Wellengeschwindigkeit abgeleitet werden:

$$\lambda = v/\nu = \frac{7,2\,\mathrm{m/s}}{3,5\,\mathrm{Hz}} = 2,1\,\mathrm{m}.$$

(c) Wie groß ist der maximale transversale Impuls eines 1,0 mm langen Segments des Seils? (4 Punkte)

Lösung: Der transversale Impuls ist $p = \Delta m v_{\mathrm{max}}$ mit Δm der Masse des Segments: $\Delta m = \Delta x \mu$ mit Δx der Länge (1 mm) und μ die lineare Massendichte (0,23 kg/m). Die maximale transversale Geschwindigkeit können wir von der Wellengleichung ableiten:

$$y(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$$

und deshalb:

$$v_{\mathrm{y}}(x,t) = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -\omega A \cos(kx - \omega t).$$

Die maximale Geschwindigkeit ist also $A\omega$, und weil $\omega = 2\pi\nu$, haben wir:

$$p_{\mathrm{max}} = \Delta x \mu A 2\pi\nu,$$

mit $\nu = 3,5\,\mathrm{Hz}$, $A = 5,3\,\mathrm{cm}$, $\mu = 0,23\,\mathrm{kg/m}$ und $\Delta x = 1\,\mathrm{mm}$ gibt dies:

$$p_{\mathrm{max}} = 2,7 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s}.$$

(d) Wie groß ist die maximale resultierende transversale Kraft auf ein 1,0 mm langes Segment des Seils? (3 Punkte)

Lösung: Newton's zweite Axiom stellt: $F = ma$, für die transversale Kraft brauchen wir also die transversale Beschleunigung. Aus der vorherigen Berechnung der Geschwindigkeit bekommen wir:

$$a_{\mathrm{y}}(x,t) = \frac{\mathrm{d}v_{\mathrm{y}}}{\mathrm{d}t} = -\omega^2 A \sin(kx - \omega t).$$

Die maximale transversale Kraft ist dann:

$$F = \Delta m a_{\mathrm{max}} = \Delta x \mu A \omega^2 = \Delta x \mu A (2\pi\nu)^2 = 5,9 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N}.$$

15. Wir betrachten die Coulomb-Kräfte in einen zwei-dimensionalen Raum die von N Ladungen q_i ausgeübt werden auf eine Probeladung q. Die Ladungen q_i befinden sich auf den Positionen $(x_i; y_i)$ und die Probeladung q befindet sich auf der Position $(x; y)$. Zeigen Sie, dass die allgemeine, vektorielle Form der Gesamtcoulomb-Kraft auf die Ladung q wie folgend ist: (15 Punkte)

$$\vec{F} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\Sigma_{i=1}^{N}\frac{q_i}{D_i^3}\left[(x-x_i)\hat{\vec{x}} + (y-y_i)\hat{\vec{y}}\right],$$

mit $D_i = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}$ dem Abstand zwischen der i-ten Ladung und der Probeladung.

Lösung: Die Größe der Coulomb-Kraft die von einer der Ladungen auf die Probeladung q ausgeübt wird ist:

$$F_i = \frac{qq_i}{4\pi\epsilon_0 D_i^2}.$$

Diese Kraft wirkt in die Richtung von q_i nach q wenn die beiden Ladungen das gleiche Vorzeichen haben, und in die entgegengesetzte Richtung falls die Vorzeichen ungleich sind. Wir bezeichnen den Vektor, welcher von q_i nach q weist, mit $\vec{r}$. Für diesen Vektor soll gelten dass: $\vec{r_i} + \vec{r} = \vec{P}$ wobei $\vec{r_i}$ der Vektor von dem Koordinatenursprung nach q_i ist und $\vec{P}$ der Vektor von dem Koordinatenursprung nach q ist. Es ist gegeben, dass $\vec{r_i} = (x_i; y_i)$ und $\vec{P} = (x; y)$ ist, daher gilt: $\vec{r} = \vec{P} - \vec{r_i} = (x - x_i; y - y_i)$. Die Länge von $\vec{r}$ erhalten wir aus dem Betrag des Vektors: $|\vec{r}| = \sqrt{x_r^2 + y_r^2} = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} = D_i$. Deshalb kennen wir jetzt den Einheitsvektor in der Richtung von $\vec{r}$ auch: $\hat{\vec{r}} = \vec{r}/D_i = \left((x-x_i)/D_i; (y-y_i)/D_i\right)$ oder mit Benutzung der Einheitsvektoren in $X-$ und $Y-$Richtung:

$$\hat{\vec{r}} = \frac{x-x_i}{D_i}\hat{\vec{x}} + \frac{y-y_i}{D_i}\hat{\vec{y}}.$$

Hiermit kann jetzt die Coulomb-Kraft vektoriell dargestellt werden:

$$\vec{F_i} = \frac{qq_i}{4\pi\epsilon_0 D_i^2}\hat{\vec{r}}$$

oder:

$$\vec{F_i} = \frac{qq_i}{4\pi\epsilon_0 D_i^2}\left(\frac{x-x_i}{D_i}\hat{\vec{x}} + \frac{y-y_i}{D_i}\hat{\vec{y}}\right).$$

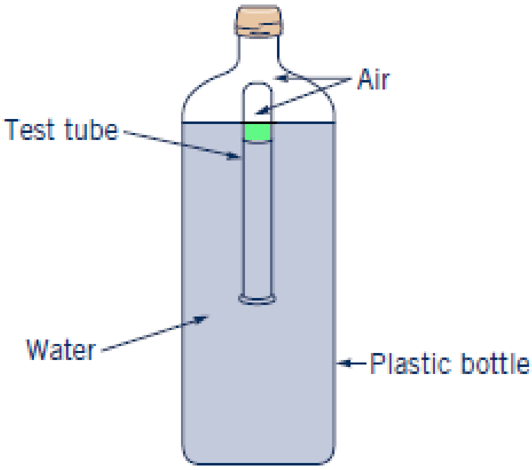
Für mehrere Ladungen q_i, sollten jetzt die Kräftevektoren summiert werden:

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \Sigma_{i=1}^{N}\vec{F_i}\\ &= \Sigma_{i=1}^{N}\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_i}{D_i^3}\left((x-x_i)\hat{\vec{x}} + (y-y_i)\hat{\vec{y}}\right),\end{aligned}$$

was dem Gefragtem gleich ist, da $\frac{q}{4\pi\epsilon_0}$ innerhalb der Summe konstant ist und daher als Vorfaktoren vor die Summe gezogen werden kann.

16. Die Abbildung zeigt einen kartesischen Taucher. Er besteht aus einem kleinen, unten offenen Röhrchen, das oben geschlossen ist und eine Luftblase enthält. Das Röhrchen befindet sich in einer teilweise mit Wasser gefüllten Kunststoffflasche. Normalerweise schwebt der Taucher oben in der Flasche; wenn man aber die Flasche kräftig drückt, dann sinkt er. (15 Punkte)

Berechnen Sie, wie viel die Flasche eingedrückt werden muss, um den Taucher sinken zu lassen. Genauer gesagt suchen wir das Verhältnis der Volumenabnahme zu dem Anfangsvolumen. Nehmen Sie dazu an, dass das Anfangsvolumen 1,000 l, bzw. $1,000\,\mathrm{dm}^3$ ist. Am Anfang sind 5,000% dieses Volumens mit Luft und der Rest mit Wasser gefüllt. Die Massendichte von Luft beträgt $1,293\,\mathrm{kg/m}^3$ und die Massendichte des Wassers ist $997,0\,\mathrm{kg/m}^3$. Wasser ist inkompressibel, d.h. Sie können annehmen, dass die Dichte des Wassers während des Experiments konstant bleibt. Sie können außerdem annehmen, dass die Massendichte von dem Material des Tauchers auch $997,0\,\mathrm{kg/m}^3$ ist.



Lösung: Das Röhrchen ist im Gleichgewicht, weil es eine gewisse Menge Wasser durch Luft ersetzt, wie es in der Abbildung in grün gezeigt ist. Die Masse des Röhrchens *plus* die Masse der grünen Luft ist also gleich der Masse, die das Wasser im grünen Volumen hätte.

Wann der Taucher sinkt, sollte die Massendichte des Wassers gleich der Massendichte der Luft in dem Taucher sein. Bezeichnen wir die eingedrückte Situation mit Index E und die Anfangssituation mit Index A, dann folgt:

$$\rho_{\mathrm{Luft,E}} = \rho_{\mathrm{Wasser}}.$$

Gefragt ist jetzt nach dem "Verhältnis der Volumenabnahme zu dem Anfangsvolumen", bzw.:

$$F = \frac{V_\mathrm{A} - V_\mathrm{E}}{V_\mathrm{A}}.$$

Wobei $V_\mathrm{A} = V_{\mathrm{Luft,A}} + V_{\mathrm{Wasser}} = 1,000\,\mathrm{l}$ und $V_\mathrm{E} = V_{\mathrm{Luft,E}} + V_{\mathrm{Wasser}}$ ist. Es sei anzumerken, dass sich das Volumen des Wassers nicht ändert da Wasser inkompressibel ist.

Weil die Masse der Luft und des Wassers konstant ist, können wir das Verhältnis wie folgend umschreiben:

$$F = \frac{V_{\mathrm{Luft,A}} - V_{\mathrm{Luft,E}}}{V_\mathrm{A}} = \frac{V_{\mathrm{Luft,A}}}{V_\mathrm{A}}\left(1 - \frac{\rho_{\mathrm{Luft,A}}}{\rho_{\mathrm{Luft,E}}}\right).$$

Das Verhältnis $V_{\mathrm{Luft,A}}/V_\mathrm{A}$ ist gegeben mit 5,000% und wir wissen dass $\rho_{\mathrm{Luft,A}} = 1,293\,\mathrm{kg/m}^3$ ist und das $\rho_{\mathrm{Luft,E}} = \rho_{\mathrm{Wasser}} = 997,0\,\mathrm{kg/m}^3$ ist. Somit erhalten wir für das Ergebnis:

$$F = 0,04994.$$

Dies bedeutet, dass das Volumen der Flasche mit fast 5% verringert werden muss bzw. dass das Volumen der Luft fast völlig weggedrückt werden muss. Weil die Dichte der Luft mit einem Faktor von $997/1,293 = 773$ erhöht werden muss, macht es Sinn, dass dieses Volumen mit einem ähnlicher Faktor verringert werden muss. (Es sei anzumerken, dass $5\%/773 = 6 \cdot 10^{-5}$ und dass $0,05000 - 0,04994 = 6 \cdot 10^{-5}$, d.h. das Volumen wird mit demselben Faktor verringert mit dem die Dichte erhöht wird.)