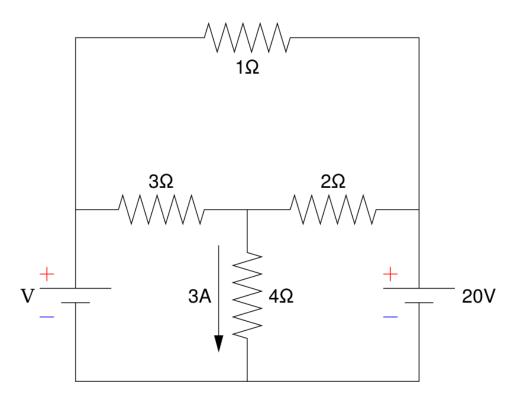
Einführung in die Physik I (für Nicht-PhysikerInnen) Hausaufgaben Woche 13

14 - 18 Januar 2019

1. Gegeben ist der Stromkreis in der unterstehenden Abbildung, mit vier Widerständen: $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$ und $R_4 = 4 \Omega$ und zwei Batterien: U_1 mit unbekannter Spannung; und $U_2 = 20 \,\text{V}$. Der Strom, der durch den vierten Widerstand fließt, ist $I_4 = 3 \,\text{A}$. Berechne jetzt:



(a) Die Ströme, die durch die übrige drei Widerstände fließen.

Lösung: Passen wir die Maschenregel auf den Stromkreis unten rechts an, dann haben wir:

$$20\,\mathrm{V} = 3\,\mathrm{A} \cdot 4\,\Omega + I_2 2\,\Omega$$

es folgt, dass $I_2=4\,\mathrm{A},$ d.h. es fließt ein Strom mit Größe $4\,\mathrm{A}$ von rechts nach links durch den zweiten Widerstand.

Passen wir jetzt die Knotenregel auf den Punkt zwischen den drie Widerständen R_2 , R_3 und R_4 an, dann finden wir:

$$I_3 = I_2 - I_4 = 1 \text{ A}.$$

Der Strom durch den dritten Widerstand ist also 1 A groß und fließt von rechts nach links. Letztendlich passen wir die Maschenregel noch mal auf den obersten Stromkreis an. Daraus folgt:

$$I_2 R_2 + I_3 R_3 = I_1 R_1$$

oder:

$$4 A2 \Omega + 1 A3 \Omega = I_1 1 \Omega.$$

deshalb muss $I_1 = 11 \,\mathrm{A}$, und auch von rechts nach links fließen.

(b) Die Spannung U_1 :

Lösung: Passen wir die Maschenregel auf den Stromkreis unten links an, finden wir:

$$U_1 = R_4 I_4 - R_3 I_3$$

bemerke hierbei das Minuszeichen für den dritten Widerstand. Der Strom in diesen Widerstand fließt in die umgekehrte Richtung, bzw. zum positiven Pol der Batterie.

Wir finden deshalb:

$$U_1 = 12 \,\mathrm{V} - 3 \,\mathrm{V} = 9 \,\mathrm{V}.$$

Dies können wir auch überprüfen in dem großen Stromkreis. Da soll die Spannung von der rechten Batterie gleich der Gesamtspannung von der linken Batterie und des ersten Widerstand sein (weil der Strom I_1 von rechts nach links fließt, wissen wir schon, dass die linke Batterie eine niedrigere Spannung hat als die rechte Batterie). Es folgt also, dass: $U_1 = 20 \,\mathrm{V} - 11 \,\mathrm{V} = 9 \,\mathrm{V}$.

(c) Die Leistung, die von beiden Batterien abgegeben wird.

Lösung: Die Leistung einer Batterie ist gegeben durch P = IU. Passen wir jetzt die Knotenregel auf die Knoten neben den zweiten bzw. dritten Widerstand an, finden wir die Ströme durch die zwei Batterien.

Auf der rechten Seite:

$$I_{\text{Batt.r}} = 11 \,\text{A} + 4 \,\text{A} = 15 \,\text{A}$$

und auf der linken Seite:

$$I_{\text{Batt,l}} = 1 \,\text{A} + 11 \,\text{A} = 12 \,\text{A}.$$

Bemerke hierbei, dass für die linke Batterie der Strom auf den positiven Pol zuläuft! Die Leistung für die rechte Batterie ist deshalb:

$$P_{\rm r} = 15 \,{\rm A} \cdot 20 \,{\rm V} = 300 \,{\rm W} = 3,0 \times 10^2 \,{\rm W}.$$

Für die linke Batterie finden wir:

$$P_1 = -12 \,\mathrm{A} \cdot 9 \,\mathrm{V} = -1, 1 \times 10^2 \,\mathrm{W}.$$

Effektiv gibt die linke Batterie also eine negative Leistung ab, d.h. die Batterie wird aufgeladen, anstatt Strom abzugeben.

2. (a) Wie groß muss das Ladung-Masse-Verhältnis eines Mikrometeorieten sein, damit der Einfluss des Erdmagnetfelds ausreicht, um das Körnchen auf einer erdnahen Umlaufbahn (in 400 km Höhe über der Oberfläche) zu halten? Die Feldstärke des Erdmagnetfelds sei (näherungsweise) $0.5 \, \mathrm{G} = 5 \cdot 10^{-5} \, \mathrm{T}$, die Geschwindigkeit sei senkrecht zur Feldrichtung orientiert und ihr Betrag entspreche $30 \, \mathrm{km/s}$. Der Erdradius ist $r_{\mathrm{E}} = 6370 \, \mathrm{km}$.

Lösung: Wir bezeichnen die Höhe der Umlaufbahn über der Erdoberfläche mit h, den Erdradius mit $r_{\rm E}$, die Masse des Meteoriten mit m und seine Geschwindigkeit mit v. Die magnetische Kraft soll jetzt mit der Zentripetalkraft gleichgestellt sein, bzw.:

$$qvB = m\frac{v^2}{h + r_{\rm E}}.$$

Das Ladung-Masse-Verhältniss folgt daraus:

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{B \, (h + r_{\rm E})} = \frac{30 \cdot 10^3 \, {\rm m/s}}{5 \cdot 10^{-5} \, {\rm T} \, (400 \cdot 10^3 \, {\rm m} + 6,370 \cdot 10^6 \, {\rm m})} = 89 \, {\rm C/kg}.$$

(b) Berechnen Sie die Ladung des Mikrometeoriten, wenn seine Masse gleich $0,3\,\mu\mathrm{g}$ ist.

 $\textbf{L\"{o}sung:}\,$ Mit dem Ergebnis der Teilaufgabe a ergibt sich der Betrag der Ladung zu:

$$q = \frac{q}{m}m = 89\,\mathrm{C/kg} \cdot 0, 3 \times 10^{-9}\,\mathrm{kg} = 2, 7 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}.$$