Einführung in die Physik I (für Nicht-PhysikerInnen)
Präsenzübungen Woche 10

10 - 14 Dezember 2018

1. Zwei identische Behälter enthalten unterschiedliche ideale Gase bei gleichem Druck und gleicher Temperatur.

   (a) Sind die Anzahlen der Gasteilchen in beiden Behältern gleich? (Nutze hierzu die Zustandsgleichung für ideale Gase.)

   Lösung: Wir benutzen die Zustandsgleichung für ideale Gase, bzw.: $pV = \tilde{n}RT$, oder:

   $$\frac{pV}{\tilde{n}RT} = 1.$$

   Für die zwei Gase gilt deshalb:

   $$\frac{p_1 V_1}{\tilde{n}_1 R T_1} = \frac{p_2 V_2}{\tilde{n}_2 R T_2}.$$

   Weil die Behälter gleich sind, ist $V_1 = V_2$. Außerdem ist gegeben, dass die Gase den gleichen Druck und die gleiche Temperatur haben, bzw. $p_1 = p_2$ und $T_1 = T_2$. Weil R eine Konstante ist, haben wir deshalb übrig:

   $$\tilde{n}_1 = \tilde{n}_2.$$

   Die Anzahlen der Gasteilchen sind also gleich.

   (b) Sind die Gesamtmassen an Gas in beiden Behältern gleich?

   Lösung: Wie in Teil a) gezeigt, sind die Anzahlen an Teilchen gleich, aber weil die zwei Behälter unterschiedliche Gase beinhalten, die möglicherweise ein unterschiedliches Gewicht pro Teilchen besitzen, können wir nicht annehmen, dass die Gesamtmassen der Gase gleich sind.

   (c) Ist die mittlere kinetische Energie der Gasmoleküle in beiden Behältern gleich?

   Lösung: Für die mittlere kinetische Energie eines Teilchen (bzw. eines Gasmoleküls) gilt:

   $$\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{1}{2} m \left\langle v^2 \right\rangle = \frac{3}{2} k_{\text{B}} T.$$

   Weil die Temperaturen gleich sind und k_{B} konstant ist, folgt, dass die mittleren kinetischen Energien der Gasmoleküle ebenfalls gleich sind. Beachte jedoch, dass dies für die quadratisch gemittelte Geschwindigkeit nicht so ist, und dass wir (aufgrund dieser Gleichung allein) über die mittlere Geschwindigkeit der Teilchen nichts sagen können.

2. Die Wellenfunktion $y(x,t)$ für eine bestimmte stehende Welle auf einem beidseitig eingespannten Seil ist gegeben durch:

   $$y(x,t) = (4{,}2\,\text{cm}) \sin\left(0{,}20\,\text{cm}^{-1} x\right) \cos\left(300\,\text{s}^{-1} t\right),$$

   wobei y und x in Zentimetern und t in Sekunden einzusetzen sind.

   (a) Welche Wellenlänge und welche Frequenz hat diese Welle?

Lösung: Die Wellenfunktion einer stehenden Welle auf einem beidseitig eingespannten Seil hat die Form:

$$y_\mathrm{n}(x,t) = A_\mathrm{n} \sin(k_\mathrm{n} x) \cos(\omega_\mathrm{n} t).$$

Durch Vergleich mit der gegebenen Funktion erhalten wir: $k_\mathrm{n} = 0,20\,\mathrm{cm}^{-1}$; die Wellenlänge ist, da $k = {}^{2\pi}/_{\lambda}$ gilt:

$$\lambda_\mathrm{n} = \frac{2\pi}{0,20\,\mathrm{cm}^{-1}} = 31\,\mathrm{cm}.$$

Außerdem haben wir: $\omega_\mathrm{n} = 300\,\mathrm{s}^{-1}$ und, weil $\nu = {}^{\omega}/_{2\pi}$:

$$\nu_\mathrm{n} = \frac{300\,\mathrm{s}^{-1}}{2\pi} = 47,7\,\mathrm{Hz}.$$

(b) Mit welcher Ausbreitungsgeschwindigkeit bewegen sich transversale Wellen auf dem Seil?

Lösung: Für Wellen gilt: $v = \nu\lambda$. Deshalb ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit in diesem Fall:

$$v = 47,7\,\mathrm{Hz} \cdot 31\,\mathrm{cm} = 15\,\mathrm{m/s}.$$

(c) Das Seil schwingt in der vierten Harmonischen (bzw. $n = 4$). Wie lang ist es?

Lösung: Für stehende Wellen in beidseitig eingespannten Seilen gilt:

$$l = n\frac{\lambda_\mathrm{n}}{2}$$

und für die vierte Harmonische gilt $n = 4$. Wir haben also:

$$l = 4 \cdot \frac{31\,\mathrm{cm}}{2} = 63\,\mathrm{cm}.$$