

Einführung in die Physik I (für Nicht-PhysikerInnen)

Hausaufgaben Woche 7

19 - 23 November 2018

1. Wenn das Blut von der Aorta aus durch die Hauptschlagader, die kleineren Arterien, die Kapillargefäße und die Venen zum rechten Vorhof zurückfließt, dann fällt der Blutdruck von 100 Torr auf null ab. Der Volumenstrom soll 0,800 l/s betragen. Wie groß ist dann der Gesamtströmungswiderstand des Kreislaufsystems? (1 Torr ist eine alte Einheit für Druck und entspricht 133,3224 Pa.)

Lösung: Der Strömungswiderstand R ist definiert als:

$$R = \frac{\Delta p}{I_V},$$

mit Δp dem Druckabfall und $I_V = vA$ dem Volumenstrom. Es gilt also:

$$R = \frac{100 \text{ Torr}}{0,800 \text{ l/s}} = \frac{100 \cdot 133,3224 \text{ Pa}}{0,800 \text{ l/s}} = 16665,3 \text{ Pa} \cdot \text{s/l}.$$

Weil $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$, bekommen wir:

$$R = 16665,3 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s/m}^3,$$

oder mit drei signifikanten Stellen:

$$R = 1,67 \cdot 10^7 \text{ Pa} \cdot \text{s/m}^3.$$

2. Die Geschwindigkeit von Flugzeugen wird mit einem sogenannten "Staurohr" (Engl.: Pitot tube) gemessen. So wie in Abbildung 1 gezeigt, misst dieses Gerät die Differenz zwischen dem Druck der Luft, die durch die Vorderseite des Rohres reinkommt, und dem Druck der Luft, die von die Seite reinkommt. Weil der Druck an der Vorderseite sowohl eine statische (p) und eine dynamische ($\frac{1}{2}\rho v^2$) Komponente hat und weil die Luft, die von die Seite reinkommt, nur eine statische Komponent besitzt, kann dieser Druckunterschied genutzt werden, um die Fluggeschwindigkeit (in Bezug zu der Luftgeschwindigkeit) zu messen.

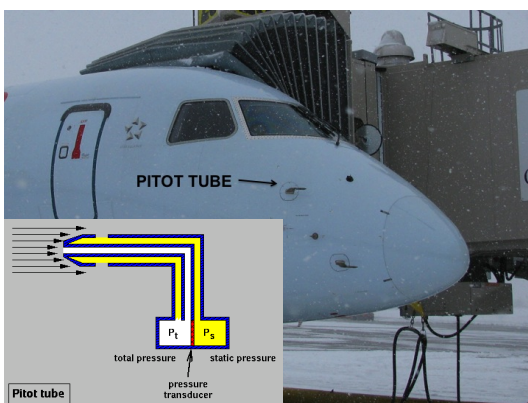


Abbildung 1: Ein Staurohr.

- (a) Zeige, dass für die Relativgeschwindigkeit des Flugzeugs gilt:

$$v = \sqrt{2 \frac{\Delta p}{\rho_{\text{Luft}}}}.$$

Lösung: Die Druckdifferenz ist:

$$\Delta p = p_{\text{Vorne}} - p_{\text{Seite}}.$$

Weil der Druck an der Vorderseite sowohl eine statische als auch eine dynamische Komponente hat, gilt: $p_{\text{Vorne}} = p + \frac{1}{2}\rho v^2$. Für den Druck an der Seite, der nur die statische Komponente hat, gilt: $p_{\text{Seite}} = p$. Damit ergibt sich die Druckdifferenz zu:

$$\Delta p = \frac{\rho v^2}{2}.$$

Und durch Umformen nach der Geschwindigkeit v erhalten wir:

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

(Bemerke, dass wir hierbei angenommen haben, dass sich die beiden Öffnungen – und damit effektiv das gesamte Rohr – auf derselben Höhe befinden und deshalb die Effekte der Gravitation vernachlässigt werden können.)

- (b) Der Druckunterschied soll mit einem Manometer gemessen werden (siehe Abbildung 2). Dieses Gerät besteht aus einem U-förmigen, mit einer Flüssigkeit gefüllten, Rohr. Die zwei zu vergleichenden Drücke werden auf die beiden Öffnungen des Rohrs ausgeübt. Der Druckunterschied kann dann über die Höhendifferenz des Flüssigkeitsspiegels abgeleitet werden. Zeige, dass die Geschwindigkeit des Flugzeugs über den Höhenunterschied im Manometer berechnet werden kann zu:

$$v = \sqrt{\frac{2gh\rho_F}{\rho_{\text{Luft}}}},$$

wobei ρ_F die Dichte der Flüssigkeit im Manometer ist und ρ_{Luft} die Dichte der Luft ausserhalb des Flugzeugs.

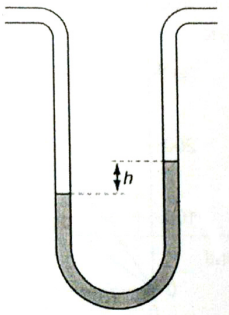


Abbildung 2: Ein Manometer.

Lösung: Die Drücke auf die Oberflächen der Flüssigkeit auf der linken Seite und auf der rechten Seite des Manometers sollen gleich sein. Der anfängliche Druckunterschied bewirkt, dass Flüssigkeit von der linken Seite des U-förmigen Rohres auf die rechte Seite fließt, bis der Druckunterschied durch die unterschiedliche Höhe h der Flüssigkeit ausgeglichen wird. Es gilt:

$$p_{\text{links}} + \rho_{\text{Luft}}gh = p_{\text{rechts}} + \rho_Fgh.$$

(Der Effekt der Schwerkraft gilt nur für die Höhe h , weil der Rest der Luftmasse links genau so groß ist wie rechts.)

Daraus können wir den Druckunterschied ableiten:

$$\Delta p = gh (\rho_F - \rho_{\text{Luft}}).$$

(Bemerke, dass wir nicht wissen, welche der beiden Eingänge des Staurohrs mit der linken und rechten Seite des Manometers verbunden ist, weshalb die Gleichung auch negativ sein kann.)

In Kombination mit dem Ergebnis aus Teilfrage a gilt also:

$$v = \sqrt{2gh \frac{\rho_F - \rho_{\text{Luft}}}{\rho_{\text{Luft}}}}.$$

Damit das Manometer gut funktioniert, sollte der Unterschied zwischen der Dichte der Flüssigkeit und der Dichte der Luft sehr groß sein. Wir nehmen also an, dass $\rho_F \gg \rho_{\text{Luft}}$ und deshalb: $\rho_F - \rho_{\text{Luft}} \approx \rho_F$. Damit erhalten wir für die Geschwindigkeit des Flugzeugs:

$$v = \sqrt{\frac{2gh\rho_F}{\rho_{\text{Luft}}}}$$

.