Einführung in die Physik I (für Nicht-PhysikerInnen) Präsenzübungen Woche 4

29 Oktober - 02 November 2018

1. Auf dem Mond beträgt die Beschleunigung durch die Gravitation nur ein Sechstel der Erdbeschleunigung. Ein Astronaut, dessen Gewicht auf der Erde 600 N beträgt, reist zur Mondoberfläche. Dort wird seine Masse gemessen. Wie viel beträgt seine dort gemessene Masse?

Solution: Sein Gewicht oder seine Gewichtskraft ist das Produkt der Masse mit der Erdbeschleunigung: $F_{\rm G}=m\cdot g=600\,{\rm N}$. Aufgrund von $g=9,81\,{\rm N/kg}$ können wir seine Masse berechnen: $m=F_{\rm G}/g=600\,{\rm N/9},81\,{\rm N/kg}=61,2\,{\rm kg}$. Diese Masse ist unabhängig von der Beschleunigung oder von der Gegend an der sich der Astronaut befindet; sie ist also gleich seiner Masse auf dem Mond. Aber seine Gewichtskraft auf dem Mond wird auf ein Sechstel im Vergleich zur Erde reduziert. Das entspricht $100\,{\rm N}$, aber das ist nicht gefragt.

2. Erläutern Sie, warum das Gravitationsfeld innerhalb einer massiven gleichförmigen Kugel direkt proportional zu r und nicht umgekehrt proportional zu r ist.

Solution: Für den Betrag des Gravitationsfeldes gilt: $G_{\rm GF} \propto m/r^2$, wobei r der Abstand zum Zentrum der anziehenden Masse ist, und m die Masse die anzieht. Innerhalb einer massiven gleichförmigen Kugel mit Radius R und auf einem Abstand r < R vom Zentrum der Kugel zieht nur die Masse innerhalb von r an, weil die Masse außerhalb von r symmetrisch ist und sich deshalb aufhebt. Die Masse innerhalb von r ist proportional zum Volumen innerhalb r und deshalb proportional zu r^3 . Wegen $m \propto r^3$ und $G_{\rm GF} \propto m/r^2$ haben wir also: $G_{\rm GF} \propto r^3/r^2 = r$.

3. Die Masse eines die Erde umkreisenden Satelliten wird verdoppelt, der Radius seiner Umlaufbahn soll jedoch gleich bleiben. Um welchen Faktor muss sich dafür die Geschwindigkeit des Satelliten erhöhen?

Solution: Um stabil in seiner Umlaufbahn zu bleiben, muss die Zentripetalkraft gleich der Gravitationskraft sein, bzw.:

$$\frac{Gm_{\rm Erde}m_{\rm Sat}}{r^2} = \frac{m_{\rm Sat}v^2}{r},$$

mit G der Gravitationskonstante, $m_{\rm Erde}$ der Masse der Erde, $m_{\rm Sat}$ der Masse des Satelliten, v der Geschwindigkeit des Satelliten und r der Radius der Umlaufbahn. Dies vereinfacht sich zu:

$$\frac{Gm_{\rm Erde}}{r} = v^2.$$

Diese Formel legt die Geschwindigkeit des Satelliten fest sowie den Radius der Umlaufbahn, hängt aber nicht von der Masse des Satelliten ab. Somit muss sich an der Geschwindigkeit also nichts ändern: der Radius der Umlaufbahn wird sowieso gleich bleiben, unabhängig von der Masse des Satelliten.