Einführung in die Physik I (für Nicht-PhysikerInnen)
Lösungen Hausaufgaben Woche 3

22-26 Oktober 2018

1

Eine Wanduhr hat einen 0,50 m langen Minutenzeiger und einen 0,25 m langen Stundenzeiger. Drücken Sie den Ortsvektor $\vec{a}$ der Spitze des Stundenzeigers und den Ortsvektor $\vec{b}$ der Spitze des Minutenzeigers durch die Einheitsvektoren $\hat{\vec{x}}$ und $\hat{\vec{y}}$ aus, wenn die Uhr folgende Zeiten anzeigt:

a) 12:00 Uhr
b) 03:00 Uhr
c) 06:00 Uhr
d) 09:00 Uhr.

Legen Sie dazu den Koordinatenursprung in die Mitte der Uhr und verwenden Sie ein kartesisches Koordinatensystem, dessen positive x-Achse in die 3-Uhr-Richtung und dessen positive y-Achse in die 12-Uhr-Richtung zeigt.

Lösung: Der Ortsvektor $\vec{a}$ der Spitze des Stundenzeigers und der Ortsvektor $\vec{b}$ der Spitze des Minutenzeigers sind:

a) $\vec{a} = 0,25\,\mathrm{m}\hat{\vec{y}}$; $\vec{b} = 0,50\,\mathrm{m}\hat{\vec{y}}$.
b) $\vec{a} = 0,25\,\mathrm{m}\hat{\vec{x}}$; $\vec{b} = 0,50\,\mathrm{m}\hat{\vec{y}}$.
c) $\vec{a} = -0,25\,\mathrm{m}\hat{\vec{y}}$; $\vec{b} = 0,50\,\mathrm{m}\hat{\vec{y}}$.
d) $\vec{a} = -0,25\,\mathrm{m}\hat{\vec{x}}$; $\vec{b} = 0,50\,\mathrm{m}\hat{\vec{y}}$.

2

Galileo Galilei zeigte, dass die Reichweite von zwei Geschossen, die den Abschusswinkel von $45°$ um den gleichen Betrag über- und unterschreiten, auf ebenem Feld unter Vernachlässigung der Luftreibung jeweils gleich ist. Beweisen Sie Galileis Aussage.

Falls die Luftreibung nicht vernachlässigbar ist, aber proportional zur Länge der Flugbahn, unter welchem Abschusswinkel wird das Geschoss dann eine größere Reichweite haben – bei $40°$ oder bei $50°$?

Lösung: Bei Vernachlässigung des Luftwiderstands ist die Beschleunigung des Geschosses konstant. Damit gilt die Formel für die Reichweite beim schrägen Wurf mit gleicher Anfangs- und Endhöhe:

$$R = \frac{v_0^2}{g}\sin(2\theta_0).$$

Wir betrachten eine Abweichung um $\pm\Delta\theta$ vom $45°$-Winkel:

$$R = \frac{v_0^2}{g}\sin(90° \pm 2\Delta\theta).$$

Weil $\sin\alpha$ symmetrisch um $\alpha = 90°$ ist, wissen wir, dass $\sin(90° + 2\Delta\theta) = \sin(90° - 2\Delta\theta)$. Deshalb ist auch die Reichweite in beide Fällen gleich.

In beiden Fällen hat das Geschoss ohne Reibung dieselbe Reichweite, aber bei Abschuss unter $50°$ ist der Höhepunkt der Flugbahn höher, daher muss die Flugbahn des Geschosses hier insgesamt länger sein. Deshalb wird das Geschoss in diesem Fall mehr Luftreibung erfahren und nicht so weit kommen wie bei einem Abschuss unter $40°$.

3

Auf zwei Körper mit den Massen m_1 und m_2 mit $m_1 > m_2$, die auf einer ebenen, reibungsfreien Oberfläche liegen, werde während eines festen Zeitintervals Δt dieselbe horizontale Gesamtkraft $|\vec{F}|$ ausgeübt.

a) In welchem Verhältnis stehen ihre Beschleunigungen während dieses Zeitintervalls, ausgedrückt durch $|\vec{F}|$, m_1 und m_2, wenn beide Körper anfangs ruhen?

b) In welchem Verhältnis stehen ihre Geschwindigkeitsbeträge $|\vec{v_1}|$ und $|\vec{v_2}|$ am Ende des Zeitintervalls?

c) Wie weit sind die beiden Körper am Ende des Zeitintervalls voneinander entfernt? Welcher ist dem anderen voraus?

Lösung:

a)

Die Beschleunigung ist gegeben durch das zweite Newton'sche Axiom (Aktionsprinzip): $\vec{F} = m\vec{a}$. Daher gilt:

$$\vec{F} = m_1\vec{a_1}; \vec{F} = m_2\vec{a_2}.$$

Deshalb folgt:

$$m_1\vec{a_1} = m_2\vec{a_2}$$

und das Verhältnis der Beschleunigungen ergibt sich zu:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

b)

Hier verwenden wir die Formel für gleichförmig beschleunigte Bewegungen: $v(t) = v_0 + a \cdot t$ mit $v_0 = 0$, da die Körper anfangs ruhen. Mit $a = F/m$ ergibt dies:

$$v_1 = \frac{F \cdot t}{m_1}; v_2 = \frac{F \cdot t}{m_2}.$$

Das Verhältnis der Geschwindigkeitsbeträge ist deshalb:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Wir bemerken, dass dies gleich dem Verhältnis der Beschleunigungen ist. Da eine lineare Relation zwischen der Beschleunigung und der Geschwindigkeit besteht (d.h. $v \propto a$ oder $v = c \times a$ mit c einer Konstante), war es auch zu erwarten, dass die Verhältnisse der Geschwindigkeiten und Beschleunigungen gleich sein müssen.

c)

Hierzu benutzen wir die folgende Formel für gleichförmig beschleunigte Bewegungen: $x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$. Mit den Anfangswerten $x_0 = 0$ und $v_0 = 0$ folgt die Entfernung:

$$\Delta x = x_1 - x_2 = \frac{a_1 \cdot t^2}{2} - \frac{a_2 \cdot t^2}{2} = (a_1 - a_2)\,\frac{t^2}{2}.$$

Wegen $m_1 > m_2$ muss gelten $a_1 < a_2$, deshalb ist der zweite (leichtere) Körper dem anderen voraus.