

Einführung in die Physik I (für Nicht-PhysikerInnen)

Lösungen Hausaufgaben Woche 2

15-19 Oktober 2018

1

Es gibt in Deutschland 82.792.351 Menschen und jeder zweite hat ein Auto. Im Durchschnitt fahren die Deutschen 14200 km im Jahr und für jede 100 km brauchen sie im Durchschnitt 7.98 l Benzin. Momentan kostet 1 l Super E10 1,429 € pro Liter.

a) Wie viele Liter Benzin verbrauchen die Deutschen jeden Tag und wie hoch ist der Geldwert dieser Benzinmenge? Führe zuerst eine Schätzung nur mit Größenordnungen, bzw. ohne signifikante Stellen aus. Vergleiche wie groß der Unterschied ist wenn alle Zahlen genau genutzt werden.

b) Aus einem Barrel Rohöl können 73,43 l Benzin gewonnen werden. Wie viele Barrel Rohöl muss Deutschland demnach zur Benzingewinnung jährlich einsetzen? Wie vielen Barrel pro Tag entspricht das? (Nur eine Größenordnung ist erforderlich.)

Lösung:

a)

Aufgerundet gibt es 10^8 Millionen Deutsche und daher gleich viele Autos (0.5 hat Größenordnung 1). Jedes Auto wird im Jahr etwa 10^4 km gefahren, also legen alle zusammen 10^{12} km zurück und nutzen dabei 10/100 l/km, bzw. 10^{11} l im Jahr. Es gibt 10^2 Tage im Jahr; der tägliche Verbrauch der Deutschen liegt also in der Größenordnung von 10^{11} l/Jahr/ 10^2 Tagen/Jahr = 10^9 l/Tag. Die Größenordnung des Geldwertes ist gleich der Größenordnung der Benzinmenge. D.h. pro Tag werden 10^9 €, oder eine Milliarde Euros an Benzin ausgegeben.

Mit genauen Zahlen gibt es 82.792.351/2 Autos in Deutschland, die insgesamt $82.792.351/2 \times 14200$ km pro Jahr fahren. Das gibt

$$\frac{82.792.351}{2} \times 14200 \text{ km/Jahr} \times \frac{7.98}{100} \text{ l/km}$$

Liter Benzin pro Jahr, bzw.

$$\frac{82.792.351}{2} \times 14200 \text{ km/Jahr} \times \frac{7.98}{100} \text{ l/km} \times \frac{1 \text{ Jahr}}{365 \text{ Tagen}} = 128.516.411 \text{ l/Tag}$$

Bei Multiplikation und Division ist die Anzahl der signifikanten Stellen im Ergebnis gleich die der Größe mit den wenigsten signifikanten Stellen. In diesem Fall gibt es also nur eine signifikante Stelle ("jeder zweite hat ein Auto"). Deshalb ist der tägliche Benzinverbrauch der Deutschen 1×10^8 (hundert Millionen) Liter pro Tag, was einen Wert von 184 Millionen Euro, bzw. ungefähr 2 hundert Millionen Euro entspricht.

Wir stellen fest, dass die Größenordnungsschätzung den Verbrauch zehnfach überschätzt, den Gesamtwert allerdings nur fünffach überschätzt. Die Größenordnungsschätzung ist damit zwar nützlich um ein grobes Bild zu bekommen, nicht aber um genau planen zu können.

b)

Den jährlichen Verbrauch liegt bei 10^{11} l, wie soeben berechnet. Da ein Barrel Rohöl ungefähr 10^2 l Benzin entspricht werden jährlich also 10^9 Barrel, bzw. eine Milliarde Barrels benötigt. Pro Tag entspricht das 10^7 Barrel, bzw. zehn Millionen Barrel pro Tag.

Im Idealfall findet die Rundung auf signifikante Stellen *am Ende der Rechnung* statt, damit die Rundungsfehler sich nicht akkumulieren. Nutzt man für diesen Aufgabenteil das genaue Ergebnis aus a) und rundet danach auf die Größenordnung, so erhält man dementsprechend eine Größenordnung weniger (10^8 Barrel pro Jahr, 10^6 Barrel pro Tag).

2

Wenn ein Gegenstand in der Luft fällt gibt es eine Widerstandskraft F_{luft} , die vom Produkt aus der Oberfläche des Gegenstands und dem Quadrat seiner Geschwindigkeit abhängt. Somit ist $F_{\text{luft}} = C A v^2$, wobei C eine Konstante ist. Bestimmen Sie die SI-Einheit von C . (Die SI-Einheit der Kraft ist das Newton, $N = \frac{\text{kg} \times \text{m}}{\text{s}^2}$.)

Lösung: Wir lösen die Gleichung für die Widerstandskraft nach C auf:

$$C = \frac{F_{\text{luft}}}{A v^2},$$

und setzen jetzt die Einheiten ein:

$$[C] = \frac{N}{m^2 (m/s)^2} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2}{m^4 / \text{s}^2} = \frac{\text{kg}}{m^3}.$$

3

Ein Eisenatomkern hat einen Radius von $5,4 \times 10^{-15} \text{ m}$ und eine Masse von $9,3 \times 10^{-26} \text{ kg}$.

- a) Wie groß ist das Verhältnis der Masse zum Volumen in kg/m^3 ?
- b) Angenommen, die Erde hätte das gleiche Masse-Volumen-Verhältnis. Wie groß wäre dann ihr Radius? (Die Masse der Erde beträgt $5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$.)

Lösung:

a)

Die Dichte, ρ , ist:

$$\text{Dichte} = \rho = \frac{\text{Masse}}{\text{Volume}} = \frac{9,3 \times 10^{-26} \text{ kg}}{4/3\pi (5,4 \times 10^{-15} \text{ m})^3} = \frac{9,3 \times 10^{-26} \text{ kg}}{6,596 \times 10^{-43} \text{ m}^3} = 1,4099 \times 10^{17} \text{ kg}/\text{m}^3.$$

Weil es hier nur zwei signifikante Stellen gibt, ist die richtige Antwort:

$$\rho = 1.4 \times 10^{17} \text{ kg}/\text{m}^3$$

.

b)

Die Definition der Dichte einer Kugel ist:

$$\rho = \frac{M}{4/3\pi R^3}$$

wobei M die Masse ist, und R der Radius des Kugels. Lösen wir jetzt die Gleichung für den Radius, bekommen wir:

$$R = \left(\frac{3M}{4\pi\rho} \right)^{1/3}.$$

Für die Erde, mit $M = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ und unter der Annahme, dass die Dichte der Erde $\rho = 1.4 \times 10^{17} \text{ kg}/\text{m}^3$ konstant ist, bekommen wir deshalb ein Radius von:

$$R = \left(\frac{3 \times 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}}{4\pi 1.4 \times 10^{17} \text{ kg}/\text{m}^3} \right)^{1/3},$$

oder:

$$R = \left(\frac{1,794 \times 10^{25} \text{ kg}}{1,759 \times 10^{18} \text{ kg}/\text{m}^3} \right)^{1/3} = (1,0197284 \times 10^7 \text{ m}^3)^{1/3} = 216,85 \text{ m}.$$

Mit zwei signifikanten Stellen lautet das korrekte Ergebnis also:

$$R = 220 \text{ m},$$

also weniger als ein Kilometer! Dies bedeutet, dass die Dichte von Eisenatomkernen mehrere Größenordnungen höher ist als die Dichte der Erde.