

EINFÜHRUNGSBLOCK (VORKURS)

SoSe 2024

Übungsblatt 4 (25.03.24)

<http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/VK24.html>

Aufgabe 18

Skizzieren Sie den Graphen folgender Funktionen (muss nicht allzu genau sein, nur der ungefähre Verlauf sollte stimmen; 5 Minuten pro Stück sollten reichen!).

$$f(\omega) = \frac{1}{1 + \omega^2} \quad (\text{Cauchy-Lorentz-Kurve})$$

$$\rho(\varphi) = 2\varphi^3 - \varphi - 1$$

$$\sigma(\chi) = \chi^4 - 3\chi^2 + 2$$

$$\tau(\psi) = \frac{1}{\psi - 1}$$

Aufgabe 19

Betrachten Sie das in der Vorlesung definierte Vektorprodukt im Vektorraum \mathbb{R}^3 . Zeigen Sie für alle $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$, $\lambda \in \mathbb{R}$ und $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$, dass

a) $\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$

b) $(\lambda \vec{u}) \times \vec{v} = \lambda (\vec{u} \times \vec{v})$

c) $(\vec{u} + \vec{v}) \times \vec{w} = \vec{u} \times \vec{w} + \vec{v} \times \vec{w}$

d*) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$

e*) $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = \vec{w} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})$

– bitte wenden –

Aufgabe 20*

Zeigen Sie, dass die k -te Komponente v_k eines beliebigen Vektors $\vec{v} \in \mathbb{R}^n$ durch $v_k = \vec{e}_k \cdot \vec{v}$ gegeben ist, und somit

$$\vec{v} = \sum_{k=1}^n (\vec{e}_k \cdot \vec{v}) \vec{e}_k$$

immer richtig ist.

Aufgabe 21*

Betrachten Sie drei Vektoren $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{v}$ eines Vektorraumes \mathbb{R}^n . Zeigen Sie (am besten anhand eines Beispiels): aus $\vec{u}_1 \cdot \vec{v} = \vec{u}_2 \cdot \vec{v}$ folgt *nicht* notwendigerweise $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$.