

EINFÜHRUNGSBLOCK (VORKURS)

SoSe 2024

Übungsblatt 1 (19.-20.03.24)

<http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/VK24.html>

Aufgabe 1

Welche griechischen Buchstaben kennen Sie? (Name und Symbol, klein und groß.)

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Lösungen (bzw. die Lösungsmenge) folgender Gleichungen und Ungleichungen:

a) $3x - 1/2 = 1/3$

b) $2y^4 - 6y^2 = 0$

c) $2,5\alpha + 1/2 > 1/7$

d) $2\beta^4 - \beta^2 \sum_{k=0}^3 k \leq 0$

Aufgabe 3

Der Betrag (oder Absolutbetrag) einer beliebigen Zahl $x \in \mathbb{R}$ ist folgendermaßen definiert: Falls $x \geq 0$ dann $|x| := x$, falls $x < 0$ dann $|x| := -x$ (sog. Fallunterscheidung). Kurz:

$$|x| := \begin{cases} x & \text{falls } x \geq 0 \\ -x & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

a) Seien $x := 1,8$ und $y := -\frac{4}{3}$. Berechnen Sie $|x|$, $|y|$, $|x - y|$, $|x + y|$, $|y - x|$ und $|-x - y|$.

b) Seien $x, y \in \mathbb{R}$ beliebig. Machen Sie sich klar, dass der Abstand zwischen x und y auf der Zahlengeraden \mathbb{R} durch $|x - y|$ gegeben ist.

Hinweis: Betrachten Sie die drei Fälle $x > y$, $x = y$ und $x < y$ gesondert.

c) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $f(x) = |x|$.

– bitte wenden –

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass für beliebige $x, y \in \mathbb{R}$ gilt:

a) $|x| > 0$ falls $x \neq 0$ und $|x| = 0$ falls $x = 0$

b) $|x y| = |x| |y|$

Hinweis: Betrachten Sie alle möglichen Kombinationen von $x \geq 0$ oder $x < 0$ und $y \geq 0$ oder $y < 0$ gesondert.

c) $|x + y| \leq |x| + |y|$ (Dreiecksungleichung)

Hinweis: Zeigen und benutzen Sie: $\pm x \leq |x|$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Betrachten Sie die Fälle $x + y \geq 0$ und $x + y < 0$ gesondert.

Aufgabe 5*

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung $|-12x + 12| < 24$.

Aufgabe 6*

Zeigen Sie:

$$\sum_{k=m}^n x^k = \frac{x^m - x^{n+1}}{1 - x}$$

für beliebige $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 1$, $n, m \in \mathbb{N}_0$, $m \leq n$. Dabei darf das entsprechende Resultat aus der Vorlesung für $m = 0$ verwendet werden.

Diskutieren Sie auch die vier Sonderfälle $x = 1$, $m = n$, $m = 0$, $x = 0$.

Erinnerung: $x^0 := 1$ für aller $x \in \mathbb{R}$ (auch für $x = 0$).

*Aufgaben mit „Sternchen“ sind Zusatzaufgaben, die anspruchsvoller oder nicht ganz so wichtig sind. Falls die Zeit nicht reicht, kann man sie sich als „Hausaufgaben“ vornehmen, oder sie werden vom Tutor vorgerechnet, oder man lässt sie ganz weg.