

# EINFÜHRUNGSBLOCK (VORKURS)

SoSe 2026

Übungsblatt 11 (10.04.26)

<http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/VK.html>

## Aufgabe 53

Zeigen Sie folgende Additionstheoreme für beliebige  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ :

a)  $\sin(z_1) \cos(z_2) \pm \cos(z_1) \sin(z_2) = \sin(z_1 \pm z_2)$

**Hinweis:**  $\cos(z) = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$ ,  $\sin(z) = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$ .

b)  $\cos(z_1) \cos(z_2) \pm \sin(z_1) \sin(z_2) = \cos(z_1 \mp z_2)$

c) Folgern Sie:  $\sin^2(z) + \cos^2(z) = 1$  für alle  $z \in \mathbb{C}$ .

## Aufgabe 54

Zeigen Sie für beliebige  $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ , dass

a)  $|z| \geq 0$  falls  $z \neq 0$  und  $|z| = 0$  falls  $z = 0$

b)  $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$

c\*)  $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$  (Dreiecksungleichung)

**Hinweis:** Komplexe Ebene benutzen.

## Aufgabe 55

Berechnen Sie folgende bestimmten Integrale:

a)  $\int_{-5}^5 dx (4x^3 + 5x)$ . Erklären Sie das Resultat anschaulich.

b)  $\int_0^{\infty} dx e^{1-2x}$ . **Hinweis:** gemeint ist  $\int_0^b dx e^{1-2x}$  für  $b \rightarrow \infty$ .

## Aufgabe 56\*

Zeigen Sie, dass  $|e^{ix}| = 1$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ .

## Aufgabe 57\*

Berechnen Sie  $e^{i3\pi/2}$ ,  $\arg(i)$ ,  $\ln(i)$