

EINFÜHRUNGSBLOCK (VORKURS)

SoSe 2026

Übungsblatt 9 (08.04.26)

<http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/VK.html>

Aufgabe 42

Skizzieren Sie den Graphen irgendeiner Phantasiefunktion $f(x)$ mit mindestens zwei Minima. Skizzieren Sie nun den Graphen der Funktion $f'(x)$ (Ableitung).

Aufgabe 43

Vergegenwärtigen Sie sich noch einmal, wie die hyperbolischen Funktionen $\sinh(x)$, $\cosh(x)$ und $\tanh(x)$ definiert waren und leiten Sie diese ab.

Aufgabe 44

Berechnen Sie mit Hilfe der Regel von de l'Hospital die Grenzwerte

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cosh(x)}{x}$

Aufgabe 45

Zeigen Sie für beliebige $z = x + iy \in \mathbb{C}$, dass

a) $\frac{z+z^*}{2} = \operatorname{Re}(z)$ und $\frac{z-z^*}{2i} = \operatorname{Im}(z)$

b) $(z^*)^* = z$

c) $|-z| = |z|$ und $|z^*| = |z|$

d*) $z \cdot z^* = |z|^2$ und $1/z = z^*/|z|^2$ (falls $z \neq 0$)

– bitte wenden –

Aufgabe 46

- a) Bestimmen Sie die Taylor-Entwicklung für $f(x) := \sqrt{1+x}$ bis zur dritten Ordnung in x (d.h. $p_3(x)$ mit $x_0 = 0$).
- b*) Dasselbe für $f(x) := \frac{1}{\sqrt{1+x}}$.
- c*) Diskutieren Sie damit das Verhalten der sog. relativistischen Energie

$$E(v) := \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

eines Teilchens mit Masse m (sog. Ruhemasse) für Geschwindigkeiten v , die klein im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit c sind.

Aufgabe 47*

Leiten Sie folgende Funktionen ab:

- a) $f(x) := \log_b(4x)$.
- b) $g(y) := b^y$ mit $b \in \mathbb{R}^+$ beliebig aber fest.
- c) $h(z) := z^\alpha$ mit $\alpha \in \mathbb{R}$ beliebig aber fest.