EINFÜHRUNGSBLOCK (VORKURS)	
SoSe 2026	Übungsblatt 4 (30.03.26)

http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/VK.html

Aufgabe 18

Skizzieren Sie den Graphen folgender Funktionen (muss nicht allzu genau sein, nur der ungefähre Verlauf sollte stimmen; 5 Minuten pro Stück sollten reichen!).

$$\begin{aligned} f(\omega) &= \frac{1}{1+\omega^2} \qquad \text{(Cauchy-Lorentz-Kurve)} \\ \rho(\varphi) &= 2\varphi^3 - \varphi - 1 \\ \sigma(\chi) &= \chi^4 - 3\chi^2 + 2 \\ \tau(\psi) &= \frac{1}{\psi - 1} \end{aligned}$$

Aufgabe 19

Betrachten Sie das in der Vorlesung definierte Vektorprodukt im Vektorraum $\mathbb{R}^3$.
Zeigen Sie für alle $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$, $\lambda \in \mathbb{R}$ und $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$, dass

a) $\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$

b) $(\lambda\,\vec{u}) \times \vec{v} = \lambda\,(\vec{u} \times \vec{v})$

c) $(\vec{u} + \vec{v}) \times \vec{w} = \vec{u} \times \vec{w} + \vec{v} \times \vec{w}$

d*) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}\,(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}\,(\vec{a} \cdot \vec{b})$

e*) $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = \vec{w} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})$

– bitte wenden –

Aufgabe 20*

Zeigen Sie, dass die k-te Komponente v_k eines beliebigen Vektors $\vec{v} \in \mathbb{R}^n$ durch $v_k = \vec{e}_k \cdot \vec{v}$ gegeben ist, und somit

$$\vec{v} = \sum_{k=1}^{n} (\vec{e}_k \cdot \vec{v})\, \vec{e}_k$$

immer richtig ist.

Aufgabe 21*

a) Betrachten Sie drei Vektoren $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{v}$ eines Vektorraums $\mathbb{R}^n$. Zeigen Sie (am besten anhand eines Beispiels): aus $\vec{u}_1 \cdot \vec{v} = \vec{u}_2 \cdot \vec{v}$ folgt *nicht* notwendigerweise $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$.

b) Betrachten Sie zwei Vektoren $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ eines Vektorraums $\mathbb{R}^n$. Zeigen Sie: wenn $\vec{u}_1 \cdot \vec{v} = \vec{u}_2 \cdot \vec{v}$ für alle $\vec{v} \in \mathbb{R}^n$ dann folgt $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$.