

RECHENMETHODEN DER PHYSIK 2

SoSe 2026

Übungsblatt 13

<http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/RdP2.html>

Schriftlich abzugeben sind: 42, 43a,b, 44a

Hinweis: Für Zylinderkoordinaten wurde dasselbe wie in Aufgaben 43-45 bereits in der Vorlesung vorgerechnet.

Aufgabe 42

Berechnen Sie $\int_B dx_1 dx_2 \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ wenn B das Gebiet mit $x_1^2 + x_2^2 \leq 16$ ist.

Hinweis: Transformation auf Polarkoordinaten wie in der Vorlesung vorgeführt.

Aufgabe 43

Betrachten Sie Kugelkoordinaten r, ϑ, φ im $\mathbb{R}^3$ (siehe Seite 7.3 in der Vorlesung).

- Bestimmen Sie die metrischen Koeffizienten $h_r, h_\vartheta, h_\varphi$ und die Basisvektoren $\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\varphi$.
- Zeigen Sie, dass $\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\varphi$ eine orthonormierte, rechtshändige Basis ist und veranschaulichen Sie den Sachverhalt anhand einer Skizze.
- Stellen Sie den Vektor $\vec{r} = \vec{r}(r, \vartheta, \varphi)$ mittels der Basis $\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\varphi$ dar.
- Nehmen Sie an, dass r, ϑ, φ von der Zeit t abhängige Funktionen sind. Bestimmen Sie $\dot{\vec{e}}_r, \dot{\vec{e}}_\vartheta, \dot{\vec{e}}_\varphi$ und drücken Sie diese mittels $\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\varphi$ aus.
- Betrachten Sie $\vec{r}(t) = \vec{r}(r(t), \vartheta(t), \varphi(t))$ und stellen Sie $d\vec{r}(t)/dt$ mittels der Basis $\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\varphi$ dar. **Hinweis:** c) und d) benutzen.

Aufgabe 44

- Bestimmen Sie das Flächenelement $d\vec{A}$ auf einer Kugeloberfläche in Kugelkoordinaten und interpretieren Sie das Resultat geometrisch anhand einer Skizze.
- Bestimmen Sie das Volumenelement dV in Kugelkoordinaten und interpretieren Sie das Resultat geometrisch anhand einer Skizze.

Aufgabe 45

Betrachten Sie Kugelkoordinaten r, ϑ, φ im $\mathbb{R}^3$. Bestimmen Sie den Gradienten eines Skalarfeldes $\Phi = \Phi(r, \vartheta, \varphi)$. **Hinweis:** Das Endergebnis steht in der am 8. Juli verteilten Tabelle, gibt aber alleine noch keine Punkte!