

RECHENMETHODEN DER PHYSIK 2

SoSe 2026

Übungsblatt 6

<http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/RdP2.html>

Schriftlich abzugeben sind: 20a und b, 21

Aufgabe 20

Sei G_f der Graph einer beliebigen (differenzierbare) Funktion $f(t)$ mit $t \in [t_1, t_2]$. Betrachten Sie jetzt den Weg $\vec{r} : [t_1, t_2] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $t \mapsto \vec{r}(t) := \vec{e}_1 t + \vec{e}_2 f(t)$ mit Bogenlänge S_C .

- Wie hängen die Länge L des Graphen G_f und die Bogenlänge S_C zusammen?
- Überlegen Sie sich nun eine Formel für L , in der nur noch $f(t)$ aber nicht mehr $\vec{r}(t)$ vorkommt.
- Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen $\sinh(t) := (e^t - e^{-t})/2$ (sog. Sinus hyperbolicus) und $\cosh(t) := (e^t + e^{-t})/2$ (sog. Kosinus hyperbolicus).
- Zeigen Sie: $\frac{d \sinh(t)}{dt} = \cosh(t)$, $\frac{d \cosh(t)}{dt} = \sinh(t)$, $[\cosh(t)]^2 - [\sinh(t)]^2 = 1$.
- Bestimmen Sie die Länge des Graphen G_f für $f(t) = \cosh(t)$ mit $t \in [0, a]$.

Aufgabe 21

Betrachten Sie die Parabelbahn $\vec{r} : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$, $t \mapsto \vec{e}_1 t + \vec{e}_2 t^2$ und das Kraftfeld $\vec{F}(\vec{x}) = \vec{e}_1 x_1^2 x_2 + \vec{e}_2 x_2^2 + \vec{e}_3 \sin x_3$. Berechnen Sie die Arbeit $W_C = \int_C d\vec{r} \cdot \vec{F}(\vec{r})$ entlang der Raumkurve $C := \{\vec{r}(t) \mid t \in [0, 1]\}$.

Aufgabe 22

- Bestimmen Sie alle Nullstellen z_1, z_2, \dots, z_n (auch die komplexen) des Polynoms

$$P(z) := z^n - 1$$

für beliebige $n \in \mathbb{N}$. **Hinweis:** Schreiben Sie z_k als $re^{i\varphi}$ und bestimmen Sie r und φ .

- Bestimmen Sie nun die allgemeine *reelle* Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{d^n y(x)}{dx^n} - y(x) = 0$$

Hinweis: Aufgabe 19.