

RECHENMETHODEN DER PHYSIK I

WS 2025/26

Übungsblatt 7

<http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/RdP1.html>

Schriftlich abzugeben sind: 33a, 35

Aufgabe 33

- Berechnen Sie $\int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int_0^\pi dx_3 x_1 \cos(x_1 x_3) e^{-x_2}$.
- Was ist das Resultat von $\int_0^1 dx_2 \int_0^{x_2} dx_3 x_1^2 \cos(x_1 x_3) e^{x_1}$?

Aufgabe 34

Begründen Sie die Integrationsregel $\int_a^b dx_1 \int_a^{x_1} dx_2 f(x_1, x_2) = \int_a^b dx_2 \int_{x_2}^b dx_1 f(x_1, x_2)$.

Aufgabe 35

Hinweis: Diese Aufgabe ist weitgehend eine Wiederholung von Stoff aus dem Vorkurs. Die Resultate werden in Aufgabe 36 benötigt.

- Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $\tan(x) := \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ für $x \in (-\pi/2, \pi/2)$.
- Analog zu den Umkehrfunktionen von $\sin(x)$ und $\cos(x)$ (siehe Vorkurs) wird die Umkehrfunktion von $\tan(x)$ aus a) mit $\arctan(x)$ bezeichnet. Skizzieren Sie deren Graphen.
- Warum ist die Angaben $x \in (-\pi/2, \pi/2)$ in a) wichtig?
- Zeigen Sie: $\int_a^b dx \frac{1}{1+x^2} = \arctan(b) - \arctan(a)$ mittels Substitution $x = \tan(u)$.

Aufgabe 36

Betrachten Sie die Funktion $F(x) := \int_0^\infty dy e^{-xy} \sin(y)/y$.

- Zeigen Sie $F'(x) = -1/(1+x^2)$ indem Sie $\int_0^\infty dy e^{-xy} \sin(y)/y$ zuerst nach x ableiten, und dann das Integral ausführen. **Hinweis:** Seite 3.20 in den Vorlesungsnotizen.
- Berechnen Sie damit das Integral $\int_a^x dy F'(y) = F(x) - F(a)$. **Hinweis:** Aufgabe 35d.
- Folgern Sie $\int_0^\infty dy \sin(y)/y = \pi/2$. **Hinweis:** $F(x) \rightarrow 0$ für $x \rightarrow \infty$.