Rechenmethoden der Physik I

WS 2025/26 Übungsblatt 5

http://www.physik.uni-bielefeld.de/~reimann/RdP1.html

Schriftlich abzugeben sind: 26a, 27, 28

Aufgabe 26

a) Überlegen Sie sich eine Möglichkeit, wie man das Skalarfeld $f(x_1, x_2) := 2 - x_1 - x_2/2$ anschaulich darstellen könnte.

Hinweis: Wenn Ihnen gar nichts einfallen will, ist dies eine gute Gelegenheit, in das Buch von Weltner hineinzuschauen (siehe Literaturangaben auf der Vorlesungsseite).

b) Dasselbe für das Skalarfeld $f(x_1, x_2) := x_1^2 + x_2^2$.

Hinweis: Mit $\vec{x} := (x_1, x_2)$ folgt $x_1^2 + x_2^2 = |\vec{x}|^2$.

c) Dasselbe für das Vektorfeld $\vec{f}(x_1, x_2) := \frac{1}{2\sqrt{x_1^2+x_2^2}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$.

Hinweis: Zeige und benutze $\vec{f}(\vec{x}) = \frac{1}{2|\vec{x}|}\vec{x}$.

Aufgabe 27

Betrachten Sie das Skalarfeld $\phi(\vec{x}) := \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$ mit $\vec{x} := (x_1, x_2, x_3)$.
Berechnen Sie

a) $\frac{\partial \phi(\vec{x})}{\partial x_k}$ und $\frac{\partial^2 \phi(\vec{x})}{\partial x_k^2}$ für $k = 1, 2, 3$.

b) $\frac{\partial^2 \phi(\vec{x})}{\partial x_1 \partial x_2}$ und $\frac{\partial^2 \phi(\vec{x})}{\partial x_2 \partial x_1}$

Aufgabe 28

Gegeben sei das Skalarfeld $f(\vec{x}) := x_1^3 + 2x_1x_2x_3$ mit $\vec{x} := (x_1, x_2, x_3)$. Bestimmen Sie

a) Das Vektorfeld $\operatorname{grad}(f(\vec{x})) := \begin{pmatrix} \frac{\partial f(\vec{x})}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f(\vec{x})}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f(\vec{x})}{\partial x_3} \end{pmatrix}$ (genannt „Gradient von f“).

b) Das Skalarfeld $\Delta f(\vec{x}) := \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} f(\vec{x}) + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} f(\vec{x}) + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} f(\vec{x})$

Bemerkung: Δ nennt man den Laplace-Operator.

Aufgabe 29

Skizzieren Sie den Graphen folgender Funktionen (muss nicht allzu genau sein, nur der ungefähre Verlauf sollte stimmen; 5 Minuten pro Stück sollten reichen!):

a) $f(\omega) = \frac{1}{1+\omega^2}$ (Cauchy-Lorentz-Kurve)

b) $g(x) = \frac{1}{\exp(x)-1}$ (Bose-Einstein-Funktion für $x > 0$)

c) $h(\nu) = \sin(\nu^2)$