WS 2025/26 Übungsblatt 1

Anders als im Vorkurs sollen die Übungen schon vor dem Tutorium bearbeitet werden. Dabei gibt es zwei Sorten: schriftliche und mündliche. Die schriftlichen werden einige Tage vorher abgegeben und im Tutorium korrigiert zurückgegeben (Ort und Zeit der Abgabe werden vom Tutor bekanntgegeben). Die mündlichen sollen so vorbereitet werden, dass man sie im Tutorium an der Tafel vorrechnen kann. Es muss aber nicht jedes Mal alles abgegeben bzw. vorbereitete werden: Am Semesterende müssen mindestens die Hälfte der maximal möglichen schriftlichen Aufgaben abgegeben und mindestens die Hälfte der maximal möglichen mündlichen Aufgaben vorbereitet worden sein. Alle weiteren Details werden in den Tutorien erklärt.

In diesem ersten Übungsblatt geht um die Wiederholung und Vertiefung von Themen aus dem Vorkurs (auch wichtig für die Klausur).

Schriftlich abzugeben sind: Aufgaben 1(a), 2(a-c), 3(a,b), 4(a,b), 5(a-c) (Rest: mündlich)

#### Aufgabe 1

a) Beweisen Sie für beliebige  $n \in \mathbb{N}$  die sog. **geometrische Summenformel** 

$$\sum_{k=0}^{n} x^k = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$$

(sollte man auswendig wissen!)

Hinweis: Zeigen Sie  $(1-x)(1+x+x^2+...+x^n)=1-x^{n+1}$  durch ausmultiplizieren.

b) Für welche Zahlen x gilt die Formel, und für welche nicht? Wie muss die Formel im letzteren Fall modifiziert werden? Was ist mit x = 0 oder n = 0?

#### Aufgabe 2

Zeigen Sie mit Hilfe der aus dem Vorkurs bekannten **Additionstheoreme** (sollte man auswendig wissen!), dass

- a)  $\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$
- b)  $\cos(2x) = 1 2\sin^2(x) = 2\cos^2(x) 1$ . (Hinweis:  $\sin^2(x) := [\sin(x)]^2$ .)
- c)  $\sin^2(x/2) = \frac{1-\cos(x)}{2}$  und  $\cos^2(x/2) = \frac{1+\cos(x)}{2}$ .
- d)  $\cos(x+y) + \cos(x-y) = 2\cos(x)\cos(y)$
- e)  $\sin(x) + \sin(y) = 2\sin(\frac{x+y}{2})\cos(\frac{x-y}{2})$

### Aufgabe 3

Skizzieren Sie den **Graph** folgender Funktionen (muss nicht allzu genau sein, nur der ungefähre Verlauf sollte stimmen; 5 Minuten pro Stück sollten reichen!):

a) 
$$f(t) = \cos(\omega t)$$
 für  $\omega = 0.5$  und für  $\omega = 2$ .

b) 
$$g(x) = \sin^2(x)$$
 (Hinweis: Aufgabe 2.)

c) 
$$X(y) = \cos(y/2)\sin(y/2)$$

## Aufgabe 4

Leiten Sie folgende Funktionen ab:

a) 
$$x(t) = \frac{1+2t^3}{1+t^2}$$

b) 
$$f(x) = x^{\alpha}$$
 mit  $\alpha \in \mathbb{R}$  beliebig aber fest. (Hinweis: war schon mal dran.)

c) 
$$G(y) = b^y$$
 mit  $b \in \mathbb{R}^+$  beliebig aber fest.

d) 
$$\omega_0(z) = \log_b(4z)$$
 mit  $b \in \mathbb{R}^+$  beliebig aber fest.

# Aufgabe 5

Überlegen Sie sich bzw. erraten Sie eine Funktion F(x) (sog. **Stammfunktion**) mit der Eigenschaft F'(x) = f(x) für

a) 
$$f(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$$
 (Polynom)

b) 
$$f(x) = (2x+4)^7$$
 (Hinweis: man soll *nicht* ausmultiplizieren und dann a) benutzen.)

c) 
$$f(x) = x(x^2 + 3)^{-5}$$

$$d) f(x) = \sqrt{x} (x \ge 0)$$

e) 
$$f(x) = 1/x (x > 0)$$

f) 
$$f(x) = \sin(x)\cos(x)$$

$$g) f(x) = |x|$$